

导学 6.3

(6.3 参数的区间估计)

一、相关问题

1. 为了研究施肥和不施肥对某种农作物产量的影响，选了十三个小区在其他条件相同的情况下进行对比试验，收获量如下表

施肥	34	35	30	32	33	34	
未施肥	29	27	32	31	28	32	31

假设施肥与未施肥的农作物产量分别服从正态分布，并且方差相同，求施肥与未施肥平均产量之差的可靠度为 0.95 的置信区间.

2. 从某企业生产的滚珠中随机抽取 10 个，测得其直径(单位： mm)如下
14.6, 15.0, 14.7, 15.1, 14.9, 14.8, 15.0, 15.1, 15.2, 14.8
若滚珠直径服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，且 μ 未知，求滚珠直径标准差 σ 的置信水平为 0.95 的置信区间.

二、相关知识

1. 简述区间估计的基本原理.
2. 如何对单个正态总体的均值进行区间估计？应用了哪个抽样分布定理？
3. 如何对单个正态总体的方差进行区间估计？应用了哪个抽样分布定理？
4. 如何对两个正态总体的均值差进行区间估计？应用了哪个抽样分布定理？
5. 如何对两个正态总体的方差比进行区间估计？应用了哪个抽样分布定理？

三、练习题

1. 设总体 $X \sim N(\mu, 3^2)$ ，在总体 X 中取得容量为 100 的样本，算得 $\bar{x} = 25$. 求总体均值 μ 的 95% 的置信区间.
2. 某自动机床加工同类型套筒，假设套筒的直径服从正态分布，现在从两个不同班次的产品中各抽验了 5 个套筒，测定它们的直径，得数据如下

A 班:	2.066	2.063	2.068	2.060	2.067
B 班:	2.058	2.057	2.063	2.059	2.060

- (1) 试求两班套筒的方差比 $\frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2}$ 的置信度为 0.90 的置信区间；
- (2) 假定 $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ ，试求两班套筒的均值之差 $\mu_A - \mu_B$ 的置信度为 0.90 的置信区间.

3. 假设 0.50, 1.25, 0.80, 2.00 是来自总体 X 的简单随机样本, 已知 $Y = \ln X$ 服从正态分布 $N(\mu, 1)$. 求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间, 并利用这个结果求 $E(X)$ 的置信度为 0.95 的置信区间.

四、思考题

1. 对于未知参数 θ 作出区间估计 $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$, 如何衡量它的优劣?
2. 利用参数的双侧置信区间的结论, 能类似地推导出参数的单侧置信区间吗? 如果能, 写出相应的结论.
3. 在一批货物的容量为 100 的样本中, 经检验发现有 16 只次品, 试求这批货物次品率的置信水平为 0.95 的置信区间.