

导学 7.1

(7.2.1 单个正态总体均值的假设检验)

一、相关问题

1. 某企业生产一批产品,其出厂标准是次品率不得超过 4%.今从这批产品中随机抽查 60 件,发现 10 件次品,问这批产品能否出厂?请说出理由.
2. 设某次考试的考生成绩服从正态分布,从中随机地抽取 36 位考生的成绩,算得平均成绩 66.5 分,标准差 15 分,问在显著性水平 0.05 下,是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分?给出检验过程.

二、相关知识

1. 假设检验是对参数进行什么估计的?
2. 假设检验可以分为几个类型?
3. 假设检验的基本步骤是什么?
4. 假设检验过程中会犯哪几种错误?
5. 如何提出假设检验的原假设和对立假设?
6. 如何进行单个正态总体均值的双侧或单侧假设检验?应用了哪个抽样分布定理?

三、练习题

1. 某批矿砂的 5 个样品中的镍含量,经过测定为(%)
3.24, 3.27, 3.24, 3.26, 3.24.

设测定值总体服从正态分布,问在 $\alpha = 0.01$ 下能否接受假设这批矿砂的镍含量均值为 3.25.

2. 假设按某种工艺生产的金属纤维的长度 X (单位 mm) 服从正态分布 $N(5.2, 0.16)$, 现在随机抽出 15 根纤维,测得它们的平均长度 $\bar{x} = 5.4$, 如果估计方差没有变化,可否认为现在生产的金属纤维的长度仍为 5.2 mm ($\alpha = 0.01$).

3. 电池在货架上滞留的时间不能太长,下面给出某商店随机选取的 8 只电池的滞留时间(以天计): 108, 124, 124, 106, 138, 163, 159, 134. 设数据来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 未知. (1) 试检验假设 $H_0: \mu \leq 125, H_1: \mu > 125$, 取 $\alpha = 0.05$; (2) 若要求在上述 H_1 中 $(\mu - 125)/\sigma \geq 1.4$ 时,犯第二类错误的概率不超过 $\beta = 0.1$, 求所需的样本容量.

四、思考题

1. 对显著水平 α , 检验假设 $H_0: \mu = \mu_0 = 5.2, H_1: \mu \neq \mu_0$, 问当 μ_0, μ, α 一定时, 增大样本量 n 必能使犯第二类错误的概率 β 减少吗? 并说明理由.
2. 设总体 $\xi \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), \eta \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, ξ 与 η 相互独立, σ_1^2 与 σ_2^2 未知但 $\sigma_1^2 = k\sigma_2^2, k$ 已知, $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m$ 与 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$ 分别是取自 ξ 与 η 的样本, 试推导检验假设 $H_0: \mu_1 = \mu_2$ 应选取的统计量及拒绝域.