导学 1.1

(1.1 随机试验、随机事件及样本空间)

一、相关问题

1. 向上抛一粒石子，在地心引力的作用下会发生什么现象?

2. 向上抛掷一颗骰子，在地心引力的作用下会发生什么现象?

3. 国王想处死一位大臣，但还不想让“暴君”的名声落在自己头上. 行刑之前，执行官将两个纸条递给大臣示意他抽取一个. 大臣抽了一个将其塞进了嘴里吞了下去，说“我接受了神的审判，你看看剩下的字条就知道我吞进去的是什么了”. 大家一看剩下的字条上写的“死”. 这是天意吗?

二、相关知识

1. 自然现象或社会现象等各种现象一般可以分成几类? 有何特点?
2. 概率论与数理统计的研究对象是什么? 概率论的研究是如何展开的?
3. 简述样本空间的定义.
4. 简述随机事件的定义、分类，并说明随机试验、样本空间、随机事件间的关系.
5. 简述随机事件间关系的运算性质.

三、练习题

1. 写出下列随机试验的样本空间

(1) 记录一个小班一次数学考试的平均分数(以百分制记分)；

(2) 生产产品直到得到 10 件正品，记录生产产品的总件数；

(3) 对某工厂出厂的产品进行检查，合格的盖上“正品”，不合格的盖上“次品”，如果连续查出 2 个次品就停止检查，或检查 4 个产品就停止检查，记录检查的结果.

2. 设 A, B, C 为三事件，用 A, B, C 的运算关系表示下列事件

(1) A 发生，B 与 C 不发生；

(2) A, B 都发生，而 C 不发生；

(3) A, B, C 至少有一个发生；

(4) A, B, C 都发生；

(5) A, B, C 都不发生；

(6) A, B, C 不多于一个发生；

(7) A, B, C 不多于两个发生；

(8) A, B, C 至少有两个发生.

四、思考题

如何理解互斥与互逆事件?

导学 1.2

(1.2 概率的定义及性质　1.3 古典概型与几何概型)

一、相关问题

电视主持人指着三扇关着的门说:“其中一扇后是汽车,另两扇后各有一只山羊. 你可随意打开一扇,后面的东西就归你了. 你当然想得到汽车.”当你选定一扇门,如 1 号门(但未打开),这时主持人打开有山羊的另一个扇门,不妨说是 3 号门(主持人清楚哪扇门后是汽车),并对你说:”现在再给你一次机会,允许你改变原来的选择.”你为了得到汽车是坚持 1 号门还是改选 2 号门?

二、相关知识

1. 简述概率的统计定义.
2. 概率的公理化定义的含义?有何意义?由概率的公理化定义可以得到概率的哪些重要性质?
3. 简述古典概型的特点、古典概率的定义与公理化定义的关系.
4. 如何求古典概型对应的随机事件发生的概率?
5. 简述小概率推断原理.
6. 简述几何概型的特点. 如何求几何概型对应的随机事件发生的概率?

三、练习题

1. 若 A, B 为任意两个随机事件,则(　　).

(A) $P(AB) \leqslant P(A)P(B)$;　　(B) $P(AB) \geqslant P(A)P(B)$;

(C) $P(AB) \leqslant \dfrac{P(A)+P(B)}{2}$;　　(D) $P(AB) \geqslant \dfrac{P(A)+P(B)}{2}$.

2. 从 5 双不同鞋子中任取 4 只, 4 只鞋子中至少有 2 只配成一双的概率是多少?

3. 甲、乙两人约定在下午 1 时到 2 时之间到某站乘公共汽车,又这段时间内有 4 班公共汽车,它们的开车时刻分别为 1∶15、1∶30、1∶45、2∶00. 如果他们约定:(1)见车就乘,(2)最多等一辆车,求甲、乙两人同乘一辆车的概率. 假定甲乙两人到达车站的时刻是互不相关的,且每人在 1 时到 2 时的任何时刻到达车站是等可能的.

四、思考题

1. 如何理解互斥事件的加法公式与一般加法公式?
2. 对事件 A, B, C, 当 $ABC=\varnothing$ 时, $P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)$ 是否成立?

导学 1.3

（1.4 条件概率与乘法公式）

一、相关问题

甲乙两城市都位于长江下游. 根据一百多年的气象记录，知道一年中，雨天的比例甲城市占 0.2，乙城市占 0.18，两地同时下雨占 0.12. 求：

(1) 已知甲城市下雨，求乙城市下雨的概率；

(2) 已知乙城市下雨，求甲城市下雨的概率；

(3) 甲乙两城市至少有一城市下雨的概率.

二、相关知识

1. 简述条件概率的概念？
2. 条件概率与公理化定义有什么关系？
3. 如何求条件概率？有几种方法？
4. 概率的乘法公式是怎么推导来的？
5. 应用乘法公式求多个事件同时发生的概率时，这些事件之间在发生的时间上或逻辑上有什么关系？

三、练习题

1. 掷两颗骰子，已知两颗骰子点数之和为 7，求其中有一颗为 1 点的概率(要求用两种方法求).

2. 已知 10 个电子元件中有 2 个废品，现在其中任取 2 次，每次取 1 个，且不放回，求：

(1)2 个都是正品的概率；(2)第一次取得正品，而第 2 次取到废品的概率；(3)一个是正品而另一个是废品的概率.

四、思考题

设 A，B 是随机事件，则 $P(AB)$ 与 $P(A|B)$ 有什么不同？

导学 1.4

（1.5 全概率公式与 Bayes 公式）

一、相关问题

某人下午 5：00 下班，他所积累的资料表明：

到家时间	5：35 ~5：39	5：40 ~5：44	5：45 ~5：49	5：50 ~5：54	迟于 5：54
乘地铁到家的概率	0. 10	0. 25	0. 45	0. 15	0. 05
乘汽车到家的概率	0. 30	0. 35	0. 20	0. 10	0. 05

某日他抛一枚硬币决定乘地铁还是乘汽车，结果他是 5：47 到家的，试求他是乘地铁回家的概率.

二、相关知识

1. 什么是完备事件组？
2. 全概率公式是如何导出的？
3. 应用全概率公式的关键是什么？如何解决这一关键问题？
4. 全概率公式有哪几种常用的应用类型？
5. Bayes 公式是如何导出的？
6. 通常在什么情形下可以利用 Bayes 公式？
7. 如何理解验前概率与后验概率？

三、练习题

1. 第一个盒子装有 5 只红球，4 只白球；第二个盒子装有 4 只红球，5 只白球. 先从第一盒子中任取 2 只球放入第二个盒中去，然后从第二个盒子中任取一只球，求此时取到白球的概率.

2. 一学生接连参加同一课程的两次考试. 第一次及格的概率为 p，若第一次及格则第二次及格的概率也为 p；若第一次不及格则第二次及格的概率为$\frac{p}{2}$.（1）若至少有一次及格则他能取得某种资格，求他取得该资格的概率；（2）若已知他第二次已经及格，求他第一次及格的概率.

四、思考题

如何理解全概率公式与 Bayes 公式的关系？

导学 1.5

（1.6 事件的独立性、Bernoulli 概型）

一、相关问题

1. 三个臭皮匠指的是他们解决问题的能力很一般，如果用概率来解释，即独立解决问题的概率比较低．但是三个臭皮匠一起解决问题，可以看成是若干个事件的和事件，那么这个和事件的概率会是多少呢？和诸葛亮相比呢？

2. (巴赫拿问题)某人有两盒相同的火柴，每盒有 N 根．每次使用时，他在任一盒中取一根．某日他发现一盒已空，求此时另一盒中还剩 k 根火柴的概率．

二、相关知识

1. 如何判断两个事件相互独立？有几种方法？
2. 事件 A，B 相互独立与 A，B 互斥有何区别与联系？
3. 多个(3 个)以上的事件两两独立与相互独立有何不同？
4. 事件 A，B 相互独立有何性质、定理？相互独立的多个(3 个以上)事件有何性质？
5. 如何求 n 个相互独立的事件的和事件的概率？
6. 如何利用事件的独立性简化概率的计算？
7. 简述独立试验概型的特点及二项概率公式(见补充内容：独立试验概型和 Bernoulli 试验)
8. 如何应用二项概率公式？

三、练习题

1. (保险问题)若在一年中某类保险中每人死亡的概率为 0.005．现有 10000 个人参加人寿保险．试求在未来的一年中，这些保险者中(1)有 40 人死亡的概率；(2)死亡人数不超过 70 人的概率．

2. 将一枚硬币独立地掷两次，引进事件：$A_1=\{$掷第一次出现正面$\}$，$A_2=\{$掷第二次出现正面$\}$，$A_3=\{$正、反面各出现一次$\}$，$A_4=\{$正面出现两次$\}$，则事件(　　)．

(A) A_1，A_2，A_3 相互独立；　　(B) A_2，A_3，A_4 相互独立；

(C) A_1，A_2，A_3 两两独立；　　(D) A_2，A_3，A_4 两两独立．

四、思考题

设 A、B、C 三个事件相互独立，求证：$A\cup B$、AB、$A-B$ 皆与 C 独立．

导学 2.1

（2.1 随机变量　2.2 随机变量的分布函数）

一、相关问题

1. 掷一枚质地均匀的骰子，观察掷出的点数，如何表示试验结果？
2. 同时掷两枚质地均匀的硬币，

(1)用 X 表示掷出正面的个数，要表示试验的全部可能结果，X 应取哪些值？

(2) X 取到每个值的概率各是多少？

二、相关知识

1. 为什么要引入随机变量？
2. 简述随机变量的分类有几种？
3. 如何定义随机变量的分布函数？该定义有何特点？
4. 简述随机变量分布函数的性质.
3. 简述离散型随机变量的分布函数的求法和应用.

三、练习题

1. 一袋中有 5 只乒乓球，编号为 1、2、3、4、5. 在袋中同时取三只球，设 X 表示取出的三只球中的最大号码数，写出随机变量 X 的全部可能的取值.

2. 设在 15 只同类型零件中有 2 只是次品，在其中取三次，每次任取一只，作不放回抽样. 以 X 表示取出次品的只数：(1)求 X 的分布律；(2)画出 X 的分布律的图形.

四、思考题

1. 为什么要引入分布函数的概念？
2. 离散型与连续型的随机变量最本质的区别是什么？

导学 2.2

（2.3 离散型随机变量及其分布）

一、相关问题

1. 200 件产品中，有 196 件是正品，4 件是次品，今从中随机地抽取一件，若规定 $X=\begin{cases}1, & \text{取到正品}\\ 0, & \text{取到次品}\end{cases}$，写出随机变量 X 服从的分布律.

2. 设某国每对夫妇的子女数 X 服从参数为 λ 的 Poisson 分布，且知一对夫妇有不超过 1 个孩子的概率为 $3\mathrm{e}^{-2}$. 任选一对夫妇，求他们至少有 3 个孩子的概率.

二、相关知识

1. 如何定义离散型随机变量？
2. 离散型随机变量的的分布律的性质中归一性是如何应用的？
3. 离散型随机变量分布律有几种表示法？这些表示法各有何特点？
4. 如何利用离散型随机变量的分布律？
5. 如何求离散型随机变量的分布律？
6. 简述两点分布、二项分布、Poisson 分布的特点.
7. 设随机变量 $X\sim B(n, p)$，其中 n，p 的含义是什么？

三、练习题

进行重复独立实验，设每次成功的概率为 p，失败的概率为 $q=1-p$（$0<p<1$）.

(1)将实验进行到出现一次成功为止，以 X 表示所需的试验次数，求 X 的分布律.（此时称 X 服从以 p 为参数的几何分布）

(2)将实验进行到出现 r 次成功为止，以 Y 表示所需的试验次数，求 Y 的分布律.（此时称 Y 服从以 r，p 为参数的巴斯卡分布）

四、思考题

几何分布与二项分布有什么关系？

学院　　　　　　　　班级　　　　　　　　姓名　　　　　　　　学号

导学 2.3

（2.4 连续型随机变量）

一、相关问题

在区间$[a, b]$上任意投掷质点，以 X 表示这个质点的坐标. 设这个质点落在$[a, b]$中任意区间内的概率与这个小区间的长度成正比，试求 $F(x)$，$x \in \mathbf{R}$. 并观察是否存在非负函数$f(x)$，使得 $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t$？如果存在，请写出$f(x)$的形式.

二、相关知识

1. 如何定义连续型随机变量？如何理解连续型随机变量的分布函数和密度函数的几何意义？
2. 简述连续型随机变量密度函数的性质.
3. 简述均匀分布的特点. 均匀分布和几何概型有何联系？举例说明.
4. 指数分布有何特点？指数分布有何应用背景？如何理解指数分布的“无记忆性”？
5. 正态分布有何特点？标准正态分布有何特点？它们有什么关系？
6. 如何理解正态分布的“3σ”准则？
7. 标准正态分布的分位点是如何定义的？如何应用？

三、练习题

1. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2}, & -1 \leqslant x \leqslant 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

求 X 的分布函数 $F(x)$.

2. 设随机变量 X 在$[2, 5]$上服从均匀分布，现对 X 进行三次独立观测，试求至少有两次观测值大于 3 的概率.

3. 设 $F_1(x)$，$F_2(x)$为两个分布函数，且连续函数$f_1(x)$，$f_2(x)$为相应的概率密度，则以下选项中为概率密度的是(　　).

(A)$f_1(x)f_2(x)$；　　　　(B)$2f_2(x)F_1(x)$；

(C)$f_1(x)F_2(x)$；　　　　(D)$f_1(x)F_2(x) + f_2(x)F_1(x)$.

四、思考题

1. 对于任意可能值 a，连续型随机变量取 a 的概率等于多少？
2. $F(x) = P(X \leqslant x)$中 X 与 x 的含义有何不同？
3. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，其分布函数为 $F(x)$，则 $F(-x) = 1 - F(x)$成立吗？

导学 2.4

（2.5 随机变量函数的分布）

一、相关问题

工厂生产的圆轴的截面积 A 是随机变量，但 A 的值无法直接测量得到. 然而 $A=\dfrac{\pi d^2}{4}$，其中 d 是截面直径，它是可以直接测量的随机变量，如何由 d 的分布得到 A 的分布？

二、相关知识

1. 对离散型随机变量 X，其分布律已知，若 $Y=g(X)$，如何求 Y 的分布律？

2. 对连续型随机变量 X，其密度函数为 $f_X(x)$，若 $Y=g(X)$，如何求 Y 的密度函数？有几种方法？这几种方法有何特点？

3. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，若 $Y=aX+b$，Y 是否也服从正态分布？

三、练习题

1. 设 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{\pi^2}, & 0<x<\pi\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，求 $Y=\sin X$ 的概率密度.

2. 某物体的温度 T(℉)是一个随机变量，且有 $T\sim N(98.6,2)$，若已知 $\theta=\dfrac{5}{9}(T-32)$，试求 θ(℃)的概率密度.

四、思考题

设随机变量 $X\sim N(0,1)$，若 $Y=X^2$，Y 是否也服从正态分布？

导学 3.1

（3.1 二维随机变量及其分布）

一、相关问题

太原盆地属于山西省比较发达的地区，近几年，该地区地下水一直处于超采状态，地下水位持续下降，环境质量不断恶化. 试从渗透系数、给水度、边界、开采项为随机变量的条件下，说明这四个主要随机因子对水位模拟值的影响.

二、相关知识

1. 二维离散型随机变量的联合分布律是如何定义的？它有何性质？
2. 二维连续型随机变量的联合概率密度函数是如何定义的？它有何性质？
3. 如何求二维连续型随机变量 (X, Y) 落在某区域 G 内的概率？
4. 二维随机变量的边缘分布与一维随机变量的分布有什么联系与区别？

三、练习题

1. 设随机变量 (X, Y) 的分布律如下：

X \ Y	1	0
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{6}$	a

求：(1) a 的值；(2) (X, Y) 的联合分布函数 $F(x, y)$；(3) (X, Y) 关于 X，Y 的边缘分布函数 $F_X(x)$，$F_Y(y)$.

2. 设 (X, Y) 的概率密度是

$$f(x, y)=\begin{cases} cy(2-x), & 0\leqslant x\leqslant 1,\ 0\leqslant y\leqslant x, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

求：(1) c 的值；(2) X，Y 的边缘密度.

四、思考题

1. 能否像二维离散型随机变量的定义一样，连续型二维随机变量定义为“其各分量都是一维连续型随机变量的那种随机变量”？

2. 二维随机变量 (X, Y) 在矩形域 $D=\{(x, y) \mid 0\leqslant x\leqslant 1,\ 0\leqslant y\leqslant 1\}$ 上服从均匀分布的充要条件是两个边缘分布服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布，这个结论是否成立？

导学 3.2

（3.2 条件分布　3.3 随机变量的独立性）

一、相关问题

1. 你与你的好朋友约定在某地会面，假定你们两人到达的时间是相互独立的，且都服从 $[0, T]$ 的均匀分布，先到者等 $t(t\leqslant T)$ 时后离去，试求两人能会面的概率.

2. 考虑一大群人，从其中随机抽取一个人，分别以 X，Y 记其身高和体重，则 X，Y 都是随机变量，他们都有一定的概率分布。现在如限制 $1.7\leqslant X\leqslant 1.8$（米），在这个条件下去求 Y 的分布，这就意味着要从一大群人中把身高在 1.7 米和 1.8 米的那些人都挑出来，然后在挑出的人群中求其体重的分布. 试说出在这个条件分布中体重取较大值的概率会如何？

二、相关问题

1. 如何判断离散型随机变量 X，Y 相互独立？如何判断连续型随机变量 X，Y 相互独立？
2. 独立性与条件分布有什么关系？
3. 二维正态分布的随机变量 X，Y 相互独立的充要条件是什么？

三、练习题

1. 袋中有 5 个号码 1，2，3，4，5，从中任取三个，记这三个号码中最小的号码为 X，最大的号码为 Y. 求：(1) X 与 Y 的联合概率分布；(2) X 与 Y 是否相互独立？

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x, y)=\begin{cases} A, & 0\leqslant x\leqslant 1,\ 0\leqslant y\leqslant x, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases},$$

求 (1) 确定常数 A；(2) 求 (X, Y) 的联合分布函数；(3) 求 X，Y 的边缘概率密度；(4) 判别 X 与 Y 是否相互独立；(5) 求条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$，$f_{Y|X}(y|x)$.

三、思考题

1. 条件分布概率密度函数 $f_{X|Y}(x|y)$ 是二元函数吗？什么时候是一元函数？

2. 设 X，Y 相互独立，都服从标准正态分布 $N(0, 1)$. 把点 (X, Y) 的极坐标记为 (R, Θ) $(0\leqslant R<+\infty,\ 0\leqslant\Theta<2\pi)$. 求证 R 和 Θ 相互独立.

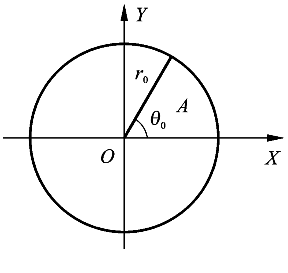

图 3－3

导学 3.3

（3.4 两个随机变量函数的分布）

一、相关问题

1. 如果已知遗传因素这一随机变量的分布，也知道营养状况的概率密度，而人的身高是遗传因素和营养状况的已知函数，能否求出身高的概率分布？

2. 张同学的英语成绩和高等数学成绩都服从[90，100]区间上的均匀分布，并且这两门课程的分数是相互独立的. 试问，他这两门功课的总成绩服从什么分布？

二、相关知识

1. 设二维离散型随机变量(X, Y)的分布律已知，如何求随机变量函数$Z=g(X, Y)$的分布律？

2. 设二维连续型随机变量(X, Y)的联合密度函数已知，如何求随机变量函数$Z=X+Y$的分布？

3. 设二维连续型随机变量(X, Y)的联合密度函数已知，并且X，Y相互独立，如何求随机变量函数$M=\min(X, Y)$，$N=\max(X, Y)$的分布？

三、练习题

1. 设X，Y为独立同分布的离散型随机变量，其分布律为

$$P(X=n)=P(Y=n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}, n=1, 2, \cdots,$$

求$X+Y$的分布律.

2. X，Y独立同分布，概率密度函数为$f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0, \\ 0, & x\leqslant 0. \end{cases}$ 求$X+Y$及$X-Y$的概率密度.

3. 设某种商品一周的需求量是一个随机变量，其概率密度函数为

$f(x)=\begin{cases} xe^{-x}, & x>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，如果各周的需求量相互独立，求两周需求量的概率密度函数.

四、思考题

1. 相互独立的两个正态分布的随机变量X，Y的和Z仍然是正态分布，一个正态分布的随机变量Z分成两个随机变量X，Y的和，那么这两个随机变量X，Y服从什么分布？

2. 设X，Y为互相独立的连续型随机变量，又设$g(x)$，$h(x)$为连续函数，随机变量$U=g(X)$和$V=h(Y)$相互独立吗？

导学 4.1

（4.1 数学期望）

一、相关问题

1. 乒乓球是我们的国球，中国队在这项运动中具有绝对的优势，现就乒乓球比赛的安排提出一个问题：假设韩国队和中国队比赛，赛制有两种，一种是双方各出 3 人，三场两胜制，一种是双方各出 5 人，五场三胜制，哪一种赛制队中国队更有利？

2. 一年中一个家庭万元被盗的概率是 0.01，保险公司开办一年期万元以上家庭财产保险，参加者需要缴纳保险费 100 元，若在一年内，万元以上财产被盗，保险公司赔偿 $a(a>100)$元，试问 a 要如何确定，才能使保险公司期望获利？

二、相关知识

1. 连续型随机变量的数学期望如何用离散化的形式加以解释？

2. 试用指数分布、Poisson 分布、二项分布、均匀分布和正态分布中求出的数学期望来解释各分布中的相关参数.

3. 数学期望有哪几条性质？

三、练习题

1. 假设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.2，机器发生故障时全天停止工作. 若一周 5 个工作日里无障碍，可获利 10 万元；发生一次故障仍可获利 5 万元，发生两次故障所获利润零元；发生三次或三次以上故障就要亏损 2 万元，求一周内期望利润是多少？

2. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} ax,\ 0<x<2, \\ cx+b,\ 2\leqslant x\leqslant 4, \\ 0,\ \text{其他}. \end{cases}$$

已知 $E(X)=2$，$P\{1<X<3\}=\dfrac{3}{4}$，求

(1) a，b，c 的值；

(2) 随机变量 $Y=\mathrm{e}^X$ 的数学期望.

3. 一民航送客车载有 20 位旅客自机场开出，旅客有 10 个车站可以下车，如到达一个车站没有旅客下车就不停车，以 X 表示停车的次数，求 $E(X)$.（设每位旅客在各个车站下车是等可能的，并设各旅客是否下车相互独立）

四、思考题

1. 为什么在数学期望的定义中要求级数绝对收敛而不是条件收敛？

2. 是不是所有的随机变量的数学期望都存在？如果不存在，举出一个例子.

导学 4.2

（4.2 方差和矩）

一、相关问题

1. 某人有一笔资金，可投入 3 个项目：房产 X、地产 Y 和商业 Z，其收益和市场状态有关，若把未来市场划分为好、中、差 3 个等级，其发生的概率分别为 $p_1=0.2$，$p_2=0.7$，$p_3=0.1$，根据市场调研的情况可知不同等级状态下各种投资的年收益(万元)，见下表，请问：该投资者如何投资好？

表 1　各种投资年收益分布表

	好 $p_1=0.2$	中 $p_2=0.7$	差 $p_3=0.1$
房产	11	3	−3
地产	6	4	−1
商业	10	2	−2

2. 比较甲乙两人的射击技术，已知两人每次击中环数

$$X\sim\begin{pmatrix}7 & 8 & 9\\ 0.1 & 0.8 & 0.1\end{pmatrix},\quad Y\sim\begin{pmatrix}6 & 7 & 8 & 9 & 10\\ 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0.2 & 0.1\end{pmatrix},$$

问哪一个人的技术比较好？

二、相关知识

1. 原点矩和中心矩有怎样的关系？

2. 方差刻画的是随机变量在其中心位置的散布程度，试用正态分布求出的方差解释正态分布的相关参数.

3. “随机变量和的期望等于期望的和”和“随机变量和的方差等于方差的和”，这两条性质各有什么条件？

三、练习题

1. 设随机变量 X 的数学期望为 $E(X)$，方差为 $D(X)\,(D(X)>0)$，引入新的随机变量 $X^*=\dfrac{X-E(X)}{\sqrt{D(X)}}$，$X^*$ 称为标准化的随机变量. 验证 $E(X^*)=0$，$D(X^*)=1$.

2. 设二维随机变量(X, Y)在区域 D：$\{(x, y)\mid 0<x<1, |y|<x\}$ 内服从均匀分布，求关于 X 的边缘概率密度函数及随机变量 $Z=2X+1$ 的方差 $D(Z)$.

3. 设随机变量 X 服从$\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$上的均匀分布，令函数

$$y=g(x)=\begin{cases}\ln x, & x>0,\\ 0, & x\leqslant 0.\end{cases}$$

求 $Y=g(X)$ 的数学期望和方差.

四、思考题

1. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$ 成立的充要条件是 X 和 Y 相互独立，这个结论对吗？

2. 设随机变量 X 的取值区间为(a, b)，求证 $D(X)\leqslant\left(\dfrac{b-a}{2}\right)^2$.

导学 4.3

（4.3 协方差、相关系数与协方差矩阵）

一、相关问题

为了分散风险，投资者在金融市场上一般都不会只购买一种资产，如果资产选择得当，资产之间会提供一种套期保值的机会. 我们可以用协方差和相关系数的概念来量化资产的套期保值. 协方差是测量两个风险资产收益的相互影响的方向与程度，试问协方差与相关系数反映了两种资产怎样的关系？

二、相关知识

1. 试写出随机变量 X 与 Y 按相关性优先的关系图.
2. 协方差有哪些性质？

三、练习题

1. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，$Y \sim N(\mu, \sigma^2)$，且 X 和 Y 相互独立，求 $Z_1 = \alpha X + \beta Y$ 和 $Z_2 = \alpha X - \beta Y$ 的相关系数.（其中 α, β 为不为零的常数）

2. 已知二维随机变量 (X, Y) 的协方差矩阵为 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$，试求 $Z_1 = X - 2Y$ 和 $Z_2 = 2X - Y$ 的相关系数.

3. 某箱装有 100 件产品，其中一、二和三等品分别为 80，10，10，现从中随机抽取一件，记 $X_i = \begin{cases} 1, & \text{若抽到 } i \text{ 等品}, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ $i = 1, 2, 3$.

试求：

(1) 随机变量 X_1 与 X_2 的联合分布；

(2) 随机变量 X_1 与 X_2 的相关系数.

四、思考题

1. 若随机变量 X 与 Y 不独立，则 X 与 Y 相关，对吗？

2. 相关系数也常称为“线性相关系数”，这是因为实际上相关系数并不是刻画了 X 与 Y 之间“一般”关系的程度，而只是“线性”关系的程度. 这种说法的根据之一就在于，当且仅当 X 与 Y 有严格的线性关系时，才有相关系数的绝对值达到最大值 1. 请举出例子说明：即使 X 与 Y 有某种严格的函数关系但非线性关系，相关系数的绝对值不仅不为 1，还可以为 0.

导学 4.4

（4.4 大数定律与中心极限定理）

一、相关问题

1. 试用中心极限定理求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=0}^{n}\dfrac{n^k}{k!}\mathrm{e}^{-n}$.

2. 一份考卷由 99 个题目组成，并按由易到难顺序排列. 某学生答对第 1 题的概率是 0.99，答对第 2 题的概率是 0.98，一般地，他答对第 i 题的概率是 $1-i/100$，$i=1,2,\cdots,99$，假如该学生回答各题目是相互独立的，并且要正确回答其中 60 个题目以上(包括 60 个)才算通过考试，试计算该学生通过考试的可能性有多大?

二、相关知识

1. Chebyshev 大数定律和 Bernoulli 大数定律的条件各是什么?
2. Lindberg-Levy 中心极限定理与 De Moivre－Laplace 中心极限定理的条件有什么区别?

三、练习题

1. 用 Chebyshev 不等式确定，掷一均匀硬币时，需掷多少次，才能保证“正面”出现的频率在 0.4 与 0.6 之间的概率不小于 0.9?

2. 若随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$满足条件

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}D\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)=0$$

试证明$\{X_n\}$服从大数定律.

3. 某保险公司多年统计资料表明，在索赔户中，被盗索赔户占 20%，以 X 表示在随机抽查的 100 个索赔户中，因被盗向保险公司索赔的户数，

(1)写出 X 的概率分布:

(2)利用中心极限定理，求被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率近似值.

四、思考题

1. 假设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$相互独立同分布，$X_i$的概率密度是$f(x)$. 问 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$是否一定满足大数定律?

2. 假设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 相互独立同分布，且 X_i的概率密度是$f(x)$，记 $p=P\{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i\leqslant x\}$，当 n 充分大时，则 p 能否根据中心极限定理进行计算?

导学 5.1

（5.1 总体与样本　5.2 统计学的三大分布(一)）

一、相关问题

1. 某钢铁厂某天生产 10000 根 16Mn 型钢筋，强度小于 52 kg/mm^2 的算作次品，如何求这 10000 根钢筋的次品率？

2. 某地电视台想了解电视栏目在该地的收视率情况，于是委托一家市场咨询公司进行一次电话访查. (1)该项研究的总体是什么？(2)该项研究的样本是什么？

3. 为了考查核潜艇某元件的可靠性，需要把元件中的灌封树脂经过浓度为 40.5% 的盐雾进行了 72 h 试验后的拉伸性能进行测试，现抽取了一个容量为 5 的样本进行试验，测得其相应的拉伸强度(MPa)分布为 44.29，44.95，44.19，44.78，45.8，试计算该样本的均值和方差.

二、相关知识

1. 统计量有何特点？
2. 简述几个常用的统计量的定义.
3. 样本方差 S^2 与 S_n^2 有何区别和联系？
4. $\overline{X}$ 和 S^2 的期望及 $\overline{X}$ 的方差各为多少？
5. χ^2 分布是如何定义的？它有何性质？如何求 χ^2 分布的分位点？
6. t 分布是如何定义的？它有何性质？如何求 t 分布的分位点？
7. F 分布是如何定义的？它有何性质？如何求 F 分布的分位点？

三、练习题

1. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自均匀分布 $U(-1, 1)$ 的样本，试求 $E(\overline{X})$ 与 $D(\overline{X})$.

2. 设 $X_1, X_2, \cdots X_{10}$ 是取自总体 $X \sim B(1, p)$ 的一个样本，其中 $0 < p < 1$，p 未知.

(1)写出样本的联合分布；

(2)指出以下样本的函数中哪些是统计量，哪些不是统计量.

$$T_1 = \sum_{j=1}^{10} \frac{X_j}{10},\ T_2 = X_{10} - E(X_1),\ T_3 = X_i - p,\ T_4 = \max\{X_1, X_2, \cdots, X_{10}\}.$$

3. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n \geqslant 2)$ 为来自总体 $N(0, 1)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，则 $\dfrac{(n-1)X_1^2}{\sum\limits_{i=2}^{n} X_i^2}$ 服从什么分布？

导学 5.2

（5.2 统计学的三大分布（二）　5.3 正态总体下几个常见的抽样分布）

一、相关问题

1. 在天平上重复称量一重为 a 的物品，假设各次称量结果是相互独立且服从正态分布 $N(a, 0.2^2)$，若以 $\overline{X}_n$ 表示 n 次称量结果的算术平均值，为使 $P\{|\overline{X}_n - a| < 0.1\} \geqslant 0.95$，试求 n 的最小值应不小于多少？

2. 某县有 10000 个年满 18 岁的居民，他们中 10% 年收入超过 10 万，20% 受过高等教育，今从中抽取 1600 人的简单随机样本，求(1)样本中不少于 11% 的人年收入超过 10 万的概率；(2)样本中 19% 和 21% 之间的人受过高等教育的概率.

二、相关知识

1. 简述抽样分布定理 1，它是针对几个总体的什么样本的统计量的分布定理？
2. 简述抽样分布定理 2，它是针对几个总体的什么样本的统计量的分布定理？
3. 简述抽样分布定理 3，它是针对几个总体的什么样本的统计量的分布定理？
4. 简述抽样分布定理 4，它是针对几个总体的什么样本的统计量的分布定理？

三、练习题

1. 设样本 $X_1, X_2, \cdots, X_{10}$ 来自正态分布总体 $N(\mu, 4)$，求样本方差 S^2 大于 2.622 的概率.

2. 设样本 $X_1, X_2, \cdots, X_{10}$ 来自标准正态分布总体 $N(0,1)$，$\overline{X}$ 与 S^2 分别是样本均值和样本方差，令 $Y = \dfrac{10\overline{X}^2}{S^2}$，若已知 $P(Y \geqslant \lambda) = 0.01$，求 λ 的值.

3. 设样本 $X_1, X_2, \cdots, X_{10}$ 来自标准正态分布母体 $N(0,1)$，记 $\overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i$，$S^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$，$T = \overline{X}^2 - \dfrac{1}{n}S^2$，求 $D(T)$.

四、思考题

1. 设总体 $X \sim N(72, 100)$，为使样本均值大于 70 的概率不小于 90%，则样本容量至少应为多少？

2. 从正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 中，抽取了 $n = 20$ 的样本 $X_1, X_2, \cdots, X_{20}$，

(1) 求 $P\left(0.37\sigma^2 \leqslant \dfrac{1}{20}\sum\limits_{i=1}^{20}(X_i - \overline{X})^2 \leqslant 1.76\sigma^2\right)$；

(2) 求 $P\left(0.37\sigma^2 \leqslant \dfrac{1}{20}\sum\limits_{i=1}^{20}(X_i - \mu)^2 \leqslant 1.76\sigma^2\right)$.

3. 设 X 与 Y 相互独立，$X \sim N(0, 16)$，$Y \sim N(0, 9)$，$X_1, X_2, \cdots, X_9$ 与 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_{16}$ 分别是取自 X 与 Y 的简单随机样本，求统计量 $\dfrac{X_1 + X_2 + \cdots + X_9}{\sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + \cdots + Y_{16}^2}}$ 所服从的分布.

导学 6.1

（6.1 参数的点估计　6.1.1 矩估计法　6.1.2 极大似然估计(一)）

一、相关问题

一袋中有一些白球和黑球，但不知道白球多还是黑球多，现有放回从袋中摸出 3 个球，试根据摸出的 3 个球中黑球数来判断袋中白球多还是黑球多.

二、相关知识

1. 简述矩估计的原理.
2. 如何进行单参数的矩估计？写出其基本步骤. 如何进行多参数的矩估计？写出其基本步骤.
3. 求某种总体 X 的未知参数的矩估计时，经常遇到 $A_2-A_1^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$（其中 X_1，X_2，…，X_n 为总体的样本，$A_2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$，$A_1=\overline{X}$）. 如何证明这个等式？
4. 简述极大似然估计法的基本原理.
5. 如何进行总体的单个未知参数的极大似然估计？写出其基本步骤.

三、练习题

1. 设总体 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，有样本 X_1，X_2，…，X_n，求未知参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量.

2. 某电器元件的使用寿命 X（单位时间）服从参数为 a 的指数分布，随机取 5 个元件做寿命试验，得寿命为：1.5　0.8　2.1　1.7　1.9，求 a 的矩估计值和极大似然估计值.

3. 一地质学家为研究密歇根湖湖滩地区的岩石成分，随机地自该地区取 100 个样品，每个样品有 10 块石子，记录了每个样品中属石灰石的石子数，假设这 100 次观察相互独立，并且由过去经验知，它们都服从参数为($n=10$，p)的二项分布，p 为这一地区一块石子是石灰石的概率，求未知参数 p 的矩估计量和矩估计值. 该地质学家所得的数据如下；

样品中属石灰石的石子数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
观察到石灰石的样品个数	0	1	6	7	23	26	21	12	3	1	0

四、思考题

设某电子元件的寿命(以小时计)T 服从双参数的指数分布，其概率密度为

$$f(t)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-(t-c)/\theta}, & t\geqslant c,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

其中 c，θ(c，$\theta>0$)为未知参数，从一批这种元件中随机地抽取 n 件进行寿命试验. 得它们的失效时间依次为 $x_1\leqslant x_2\leqslant\cdots\leqslant x_n$. 求(1)$\theta$ 与 c 的矩估计量；(2)θ 与 c 的极大似然估计量.

导学 6.2

（6.1.2 极大似然估计（二）　6.2 估计量的评选标准）

一、相关问题

人们经常利用预报来处理不同的可能的决策下所产生的后果，从而选择最佳，如果在预报中，没有指明不确定的量度，就没有基础去做一个决策．比如几年以前，天气预报用的是笼统的表达方式，诸如：明日有雨，明日可能有雨，明日不会降雨等，天气预报经常出错．今天，天气预报采用了不同的形式：明日有雨的可能性为 80%，这个 80% 意味着什么？这样的天气预报比早期的预报形式来说包含更多的信息吗？

二、相关知识

1. 如何进行总体的多个未知参数的极大似然估计？写出其基本步骤.
2. 应用极大似然估计法中如果似然方程无解，怎样求参数的极大似然估计？
3. 估计量的评选标准有几个方面的内容？如何理解无偏性、有效性，相合性？

三、练习题

1. 设总体 X 的分布密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta-1}, & 1<x<\theta\\ 0, & 其他\end{cases}$，$X_1,\cdots,X_n$ 为 X 的样本．求 (1) θ 的矩法估计量 $\hat{\theta}$；(2) $E(\hat{\theta})$，并判断 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计量.

2. 设总体 X，$E(X)=a$，$D(X)=b^2$，有样本 X_1,X_2,X_3，参数 a 有 3 个估计量：(1) $\hat{a}_1=\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$，(2) $\hat{a}_2=\frac{1}{5}X_1+\frac{3}{5}X_2+\frac{1}{5}X_3$，(3) $\hat{a}_3=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{4}X_3$，试说明哪几个是 a 的无偏估计量；在无偏估计量中，哪一个最有效？

3. 设 X 服从区间 $[0,\theta]$ 上的均匀分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是样本，$\overline{X}$是样本均值，证明：$\frac{12}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 是 θ^2 的无偏估计与相合估计.

四、思考题

1. 为什么把样本方差定义为 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 而不是 $B_2=S_n^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$？
2. 设总体 $X\sim B(n,p)$，$\theta=\sin p$，样本容量为 $n=1$，证明 θ 不存在无偏估计.

导学 6.3

(6.3 参数的区间估计)

一、相关问题

1. 为了研究施肥和不施肥对某种农作物产量的影响，选了十三个小区在其他条件相同的情况下进行对比试验，收获量如下表

施肥	34	35	30	32	33	34	
未施肥	29	27	32	31	28	32	31

假设施肥与未施肥的农作物产量分别服从正态分布，并且方差相同，求施肥与未施肥平均产量之差的可靠度为 0.95 的置信区间.

2. 从某企业生产的滚珠中随机抽取 10 个，测得其直径(单位：mm)如下

14.6，15.0，14.7，15.1，14.9，14.8，15.0，15.1，15.2，14.8

若滚珠直径服从正态分布 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，且 μ 未知，求滚珠直径标准差 σ 的置信水平为 0.95 的置信区间.

二、相关知识

1. 简述区间估计的基本原理.
2. 如何对单个正态总体的均值进行区间估计？应用了哪个抽样分布定理？
3. 如何对单个正态总体的方差进行区间估计？应用了哪个抽样分布定理？
4. 如何对两个正态总体的均值差进行区间估计？应用了哪个抽样分布定理？
5. 如何对两个正态总体的方差比进行区间估计？应用了哪个抽样分布定理？

三、练习题

1. 设总体 $X\sim N(\mu,3^2)$，在总体 X 中取得容量为 100 的样本，算得 $\bar{x}=25$. 求总体均值 μ 的 95% 的置信区间.

2. 某自动机床加工同类型套筒，假设套筒的直径服从正态分布，现在从两个不同班次的产品中各抽验了 5 个套筒，测定它们的直径，得数据如下

A 班：	2.066	2.063	2.068	2.060	2.067
B 班：	2.058	2.057	2.063	2.059	2.060

(1) 试求两班套筒的方差比 $\dfrac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2}$ 的置信度为 0.90 的置信区间；

(2) 假定 $\sigma_A^2=\sigma_B^2$，试求两班套筒的均值之差 $\mu_A-\mu_B$ 的置信度为 0.90 的置信区间.

3. 假设0.50，1.25，0.80，2.00是来自总体X的简单随机样本，已知$Y=\ln X$服从正态分布$N(\mu,1)$. 求μ的置信度为0.95的置信区间，并利用这个结果求$E(X)$的置信度为0.95的置信区间.

四、思考题

1. 对于未知参数θ作出区间估计$(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2)$，如何衡量它的优劣？

2. 利用参数的双侧置信区间的结论，能类似地推导出参数的单侧置信区间吗？如果能，写出相应的结论.

3. 在一批货物的容量为100的样本中，经检验发现有16只次品，试求这批货物次品率的置信水平为0.95的置信区间.

导学 7.1

（7.2.1 单个正态总体均值的假设检验）

一、相关问题

1. 某企业生产一批产品，其出厂标准是次品率不得超过 4%．今从这批产品中随机抽查 60 件，发现 10 件次品，问这批产品能否出厂？请说出理由.

2. 设某次考试的考生成绩服从正态分布，从中随机地抽取 36 位考生的成绩，算得平均成绩 66.5 分，标准差 15 分，问在显著性水平 0.05 下，是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分？给出检验过程.

二、相关知识

1. 假设检验是对参数进行什么估计的？
2. 假设检验可以分为几个类型？
3. 假设检验的基本步骤是什么？
4. 假设检验过程中会犯哪几种错误？
5. 如何提出假设检验的原假设和对立假设？
6. 如何进行单个正态总体均值的双侧或单侧假设检验？应用了哪个抽样分布定理？

三、练习题

1. 某批矿砂的 5 个样品中的镍含量，经过测定为(%)

$$3.24, 3.27, 3.24, 3.26, 3.24.$$

设测定值总体服从正态分布，问在 $\alpha=0.01$ 下能否接受假设这批矿砂的镍含量均值为 3.25.

2. 假设按某种工艺生产的金属纤维的长度 X(单位 mm)服从正态分布 $N(5.2, 0.16)$，现在随机抽出 15 根纤维，测得它们的平均长度 $\bar{x}=5.4$，如果估计方差没有变化，可否认为现在生产的金属纤维的长度仍为 5.2 mm($\alpha=0.01$).

3. 电池在货架上滞留的时间不能太长，下面给出某商店随机选取的 8 只电池的滞留时间(以天计)：108, 124, 124, 106, 138, 163, 159, 134. 设数据来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$，μ，σ^2 未知.（1）试检验假设 $H_0: \mu\leqslant 125$，$H_1: \mu>125$，取 $\alpha=0.05$；（2）若要求在上述 H_1 中 $(\mu-125)/\sigma\geqslant 1.4$ 时，犯第二类错误的概率不超过 $\beta=0.1$，求所需的样本容量.

四、思考题

1. 对显著水平α，检验假设 $H_0: \mu=\mu_0=5.2$，$H_1: \mu\neq\mu_0$，问当 μ_0，μ，α 一定时，增大样本量 n 必能使犯第二类错误的概率β减少对吗？并说明理由.

2. 设总体 $\xi\sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$，$\eta\sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$，$\xi$ 与 η 相互独立，σ_1^2 与 σ_2^2 未知但 $\sigma_1^2=k\sigma_2^2$，k 已知，$\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_m$ 与 $\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_n$ 分别是取自 ξ 与 η 的样本，试推导检验假设 $H_0: \mu_1=\mu_2$ 应选取的统计量及拒绝域.

导学 7.2

（7.2.1 单一正态总体方差的假设检验　7.2.2 两个正态总体的均值与方差的假设检验）

一、相关问题

1. 某种导线，要求其电阻的标准差不得超过 $0.005(\Omega)$．今在生产的一批导线中取样品 9 根，测得样本标准差为 $s=0.007(\Omega)$，设总体为正态分布，问在水平 $\alpha=0.05$ 下能否认为这批导线的标准差显著地偏大？

2. 设对某门课程进行统考，两个学校的考生成绩均服从正态分布 $N(\mu_1, 12^2)$，$N(\mu_2, 14^2)$，现分别从这两个学校随机地抽取 36 名和 49 名考生成绩，算得平均值分别为 72 分和 78 分，问在显著性水平 $\alpha=0.05$，两个学校考生的平均成绩是否有显著差异？

二、相关知识

1. 如何进行单个正态总体方差的双侧或单侧假设检验？应用了哪个抽样分布定理？
2. 如何进行两个正态总体均值的双侧或单侧假设检验？应用了哪个抽样分布定理？
3. 如何进行两个正态总体方差的双侧或单侧假设检验？应用了哪个抽样分布定理？

三、练习题

1. 某种电子元件的阻值(欧姆) $X\sim N(1000, 400)$，随机抽取 25 个元件，测得平均电阻值 $\bar{x}=992$，(1)试在 $\alpha=0.1$ 下检验电阻值的期望 μ 是否符合要求？

(2)若 σ^2 未知，而 25 个元件的均方差 $s=25$，则需如何检验，结论是什么？

2. 从某锌矿的东西两支矿脉中，各抽取样本容量分别为 9 和 8 的样本进行测试，得样本含锌平均数及方差如下：

东支：$\bar{x}_1=0.230$，$s_1^2=0.137$，$n_1=9$；　西支：$\bar{x}_2=0.269$，$s_2^2=0.1736$，$n_2=8$.

若东西两支矿脉含锌量都服从正态分布，两总体的方差未知但相等，问东西两支矿脉含锌量的平均值是否可看作一样？（取 $\alpha=0.05$）

3. 设第一道工序后，半成品的某一质量指标 $X\sim N(\mu, 64)$，品质管理部规定在进入下一工序前必需对该质量指标作假设检验 $H_0: \mu=\mu_0$，$H_1: \mu\neq\mu_0$；$n=16$，当 $\bar{X}$ 与 μ_0 的绝对偏差不超过 3.29 时，许进入下一工序，试推算该检验的显著性水平.

四、思考题

当两个正态总体的方差 σ_1^2，σ_2^2 未知但相等时，我们通常利用 t 检验法来检验假设 $H_0: \mu_1=\mu_2$，如果 σ_1^2，σ_2^2 未知且不相等，那么能检验假设 $H_0: \mu_1=\mu_2$ 吗？

学院　　　　　　　班级　　　　　　　姓名　　　　　　　学号

导学 7.3

（7.2.3 假设检验的大样本法　7.3 分布拟合检验　7.4 置信区间与假设检验之间的关系）

一、相关问题

某公司验收一批货物，按规定次品率不超过 2% 才允许接受，今从一批货物中随机抽取 120 件进行检查，发现 5 件次品，问这批货物是否可以接受（取 $\alpha=0.01$）？

二、相关知识

如何理解置信区间与假设检验之间的关系？

三、练习题

1. 设 X 与 Y 是独立的正态总体，均值未知，样本容量均为 10，样本方差分别为 S_1^2 和 S_2^2，已知 $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的双侧置信区间上限为 $\overline{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}}=\frac{S_1^2}{S_2^2}\times 3.3898$，求假设检验问题 H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2$，H_1：$\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$ 的显著水平为 α 的拒绝域.

2. 有一批产品，取 50 个样品，其中含有 4 个次品. 在这样情况下，判断假设 H_0：$p\leqslant 0.05$ 是否成立（$\alpha=0.05$）？

3. 某产品的次品率为 0.17，现对此产品进行新工艺试验，从中抽取 400 件检验，发现有次品 56 件，能否认为此项新工艺提高了产品的质量（$\alpha=0.05$）？

四、思考题

某车床生产滚珠，随机地抽取了 50 个产品，测得它们的直径为（单位：毫米）

15.0	15.8	15.2	15.1	15.9	14.7	14.8	15.5	15.6	15.3
15.1	15.3	15.0	15.6	15.7	14.8	14.5	14.2	14.9	14.9
15.2	15.3	15.0	15.6	15.1	14.9	14.2	14.6	15.8	15.2
15.9	15.2	15.0	14.9	14.8	14.5	15.1	15.5	15.5	15.1
15.1	15.0	15.3	14.7	14.5	15.5	15.0	14.7	14.6	14.2

问：在 $\alpha=0.05$ 的水平下滚珠直径是否服从正态分布 $N(15.1, 0.4325^2)$？