

3.5

最不利荷载位置的确定

基本信息			
教学主题	最不利荷载位置的确定	课时安排	1 课时(45 分钟)
所在章节	第 11 章 影响线及应用/第 8 节 最不利荷载位置		

【教学目标】

❖ 知识目标

了解最不利荷载位置的概念；掌握单个集中力及均布荷载作用下最不利荷载位置的确定方法；掌握一列间距不变的移动集中荷载作用下最不利荷载位置的判断。

❖ 能力目标

通过课堂讨论，学生应能探究一列间距不变的移动集中荷载作用下最不利荷载位置的确定过程、方法，理解极值的判断方法，探索复杂情况下最不利荷载位置的判断原理；学会简单荷载（单个集中荷载、可任意布置均布荷载）作用时最不利荷载位置的确定方法，理解最不利荷载位置的判别式的推导过程，体会用数学的方法解决力学上的问题，理解力学与数学之间的紧密联系；同时培养观察、分析、合作交流的能力；通过算例学习、教学互动等教学环节，学会用判别式判断最不利荷载位置；在教师的引导下，掌握最不利荷载位置的判断原理，归纳总结做题步骤，培养抽象概括能力。

❖ 素质目标

以矮寨大桥建设以及荷载试验导入问题——最不利荷载位置，无论桥梁建设还是荷载试验均体现了工程人员的工匠精神、精益求精的精神，教师可以以此来培养学生从事工程技术工作的精益求精的“工匠精神”；而最不利荷载位置是通过严密的逻辑推理得到的，可以以此来培养学生严谨求实的科学态度。

【教学重点与难点】

❖ 教学重点

- (1) 可任意布置均布荷载时最不利荷载位置的判断。
- (2) 一列间距不变的移动集中荷载作用下，最不利荷载位置判别式的推导过程。

❖ 教学难点

- (1) 临界荷载的判断方式。
- (2) 多种临界位置的判定。

【教学思路与方法】

❖ 内容分析

最不利荷载位置的判定是本章的重点内容,而实际工程结构中,比如桥梁结构在汽车荷载的作用下,最不利荷载位置如何判定直接关系到结构的设计、施工、运营的各个阶段的安全性;与后续专业课的学习联系非常紧密。

最不利荷载位置的确定实际上就是求极值的问题,与数学相关,本节课的内容难度不算太大,但具体求解时,情况多种多样。因此要掌握知识的本质,方能举一反三、触类旁通。

❖ 教学设计整体思路

内容回顾(利用影响线求量值)→新课导入(提出问题:如何确定简支梁桥在车辆荷载作用下跨中截面弯矩的最不利荷载位置?)→新课展开(最不利荷载位置的概念确定方法、计算步骤)→课堂讨论(间距不变的移动集中荷载最不利位置判断?)→总结(归纳所学知识点)→拓展延伸(了解学科发展动态)→课后作业(进一步思考所学知识)→下节内容+预习要求。

❖ 主要教学方法

思考互动法,讲授法,设疑启发法,练习法,课堂讨论法,归纳总结法。

【教具】

电脑、投影仪、多媒体课件、板书、教鞭、动画视频。

教 学 过 程

◆ 内容回顾

利用影响线求量值如图 3.66 所示。

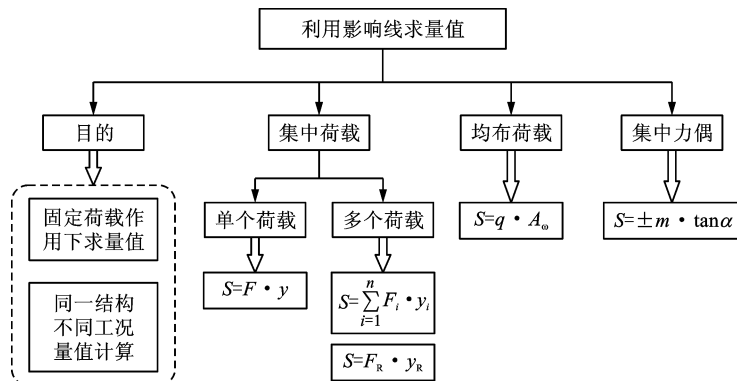


图 3.66 利用影响线求量值

复习巩固
温故知新
引出下文

回顾法、问答法:回顾上节课学习的内容,为什么要考虑利用影响线求量值?请同学回答。集中荷载、均布荷载、集中力偶作用下如何求量值?其方法、计算公式是什么?请同学回答。

作业完成情况总结分析

作业评析:

- (1) 总结作业整体情况;
- (2) 分析作业中普遍存在的问题;
- (3) 对作业中的难点进行讲解。

上节课课后思考题:

- (1) 对上节课课后思考题学生网上讨论结果进行分析总结;
- (2) 对学生学习中的难点进行讲解讨论

作业点拨
查漏补缺

分析学生作业, 总结上次作业中普遍存在的问题; 讲解解题思路、类似题目的分析。

课堂导入

矮寨大桥荷载试验如图 3.67 所示。



大国工匠, 精益求精

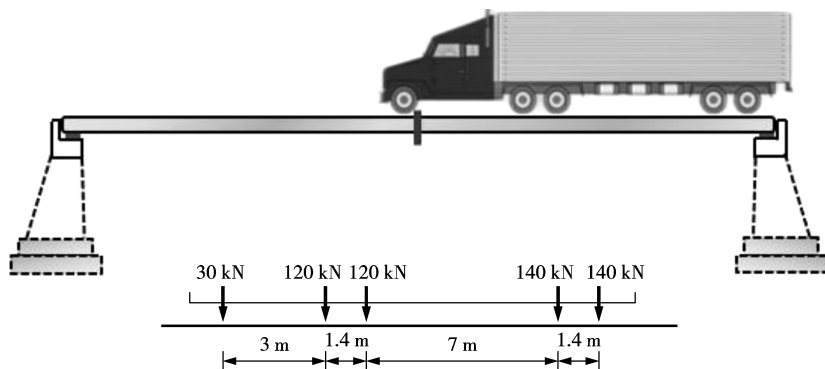


图 3.67 矮寨大桥

结合工程 分析现状
提出问题 思政育人

工程问题导入: 矮寨大桥是一座特大悬索桥, 2012 年 3 月通车运营, 是湖南桥梁建设的一张名片。攻克了多项技术难题, 取得了多项创新成果。通车运营前还需进行荷载试验, 以作为检验桥梁的承载能力的重要依据。因此必须将荷载布置在最不利荷载位置, 荷载位置的计算、布置必须准确。

【提出问题】如图 3.68 所示, 如何确定简支梁桥在车辆荷载作用下跨中截面弯矩的最不利荷载位置?



★ 课程思政

大国工匠, 精益求精。工程中的每一环节均应精益求精。对于简支梁桥而言, 跨中截面弯矩的最大值就是整个梁弯矩的最大值。那么, 在车辆荷载作用下如何计算跨中截面弯矩的最大值?

最不利荷载位置会是哪一种呢? 同学们可以依据自己目前掌握的知识进行判断。但必须指出, 工程问题是不能靠猜的, 必须经过严格的逻辑推理和分析计算才能得出。

★ 课程思政

培养学生严谨求实的科学态度。

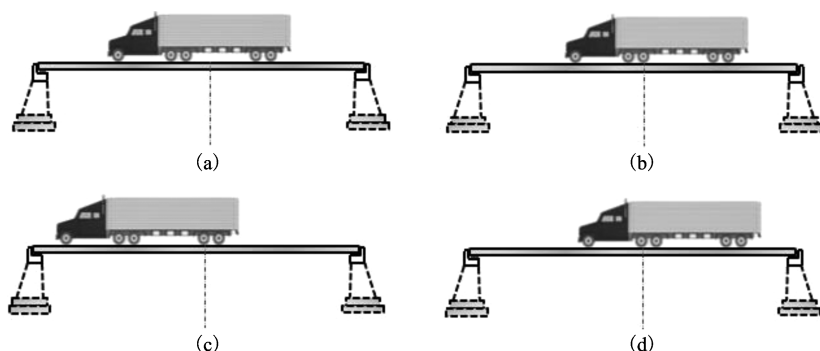


图 3.68 确定最不利荷载位置

◆ 新课展开

一、最不利荷载位置的概念

如果荷载移到某一个位置,使某量值达到最大值(或最小值),则此时的荷载所在位置称为该量值的最不利荷载位置。

二、最不利荷载位置的确定方法

工具:影响线。

(一) 可任意布置的均布荷载

图 3.69 所示为可随意布置均布荷载时最不利荷载位置的确定。

要使 S 达到最大值,需将荷载布满影响线的正号面积。

要使 S 达到最小值,需将荷载布满影响线的负号面积。

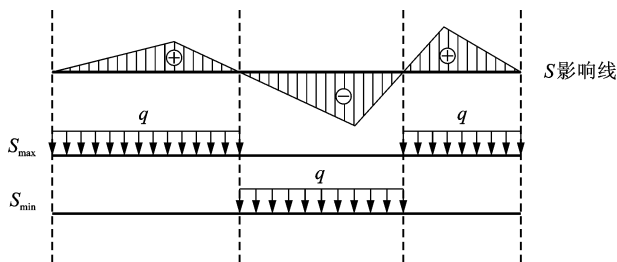


图 3.69 均布荷载时最不利荷载位置的确定

(二) 移动集中荷载

(1) 单个移动集中荷载。

荷载移动到影响线的顶点处,为最不利荷载位置(见图 3.70)。

学习新知

启发思考

解决问题

讲授法、设疑启发法: 什么是最不利荷载位置? 阐述清楚,使同学们理解概念。

对于最不利荷载位置的确定,需要用到的工具就是影响线。

对于简单荷载情况:

(1) 均布荷载,比如人群荷载,如何布置可以产生量值的最大值? 可以从计算公式入手看。

【教师设疑启发】可请同学回答: 如何布置可以产生量值的最小值?

(2) 对于单个移动集中荷载,荷载如何布置可以产生量值的最大值? 或者最大值的最不利荷载位置?

【教师设疑启发】也可以从计算公式入手解决问题。同理,最小值的最不利荷载位置就很容易确定: 当集中力作用于影响线竖标最小处时,产生量值的最小值。这两种情况均容易确定。

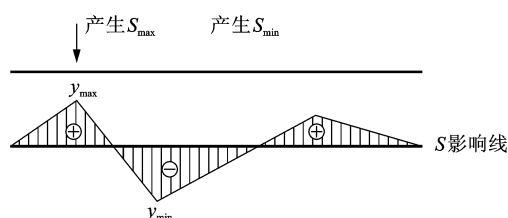


图 3.70 单个移动集中荷载时最不利荷载位置的确定

(2) 一系列间距不变的移动集中荷载。

【思考】实际工程结构中哪些情况下是一系列间距不变的移动集中荷载？
车辆荷载（见图 3.71）。

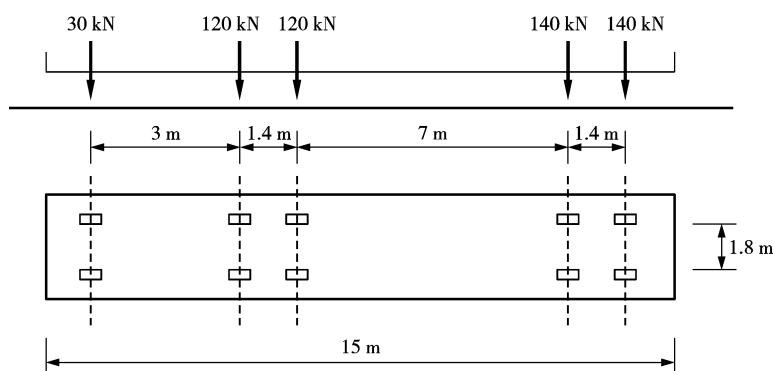


图 3.71 车辆荷载

桥梁荷载试验的汽车荷载（见图 3.72）。



图 3.72 桥梁荷载试验的汽车荷载

工业厂房中的吊车荷载（见图 3.73）。



图 3.73 工业厂房中的吊车荷载

发现问题
分析问题

讲授法、设问法、启发法：实际结构中很多情况下并不只是均布荷载或一个集中荷载，还有一系列间距不变的移动集中荷载。请同学思考：实际工程结构中哪些情况下是一系列间距不变的移动集中荷载？
【教师设疑启发】请学生回答。

【课堂讨论1】如何确定最不利荷载位置和切入点?

【结论】

- (1) 最不利荷载位置的确定就是极值问题;
- (2) 难以写出同一表达式或者写不出表达式;
- (3) 可利用极值的特点来确定最不利荷载位置。

各直线段倾角分别为 α_1 、 α_2 、 α_3 , 正、负规定如图 3.74 所示。

$$S = F_{R1}\bar{y}_1 + F_{R2}\bar{y}_2 + F_{R3}\bar{y}_3 = \sum_i F_{Ri} \cdot \bar{y}_i$$

荷载在当前位置移动 Δx 。

$\Delta x > 0$, 右移; $\Delta x < 0$, 左移。

$$S + \Delta S = \sum_i F_{Ri} \cdot (\bar{y}_i + \Delta \bar{y}_i)$$

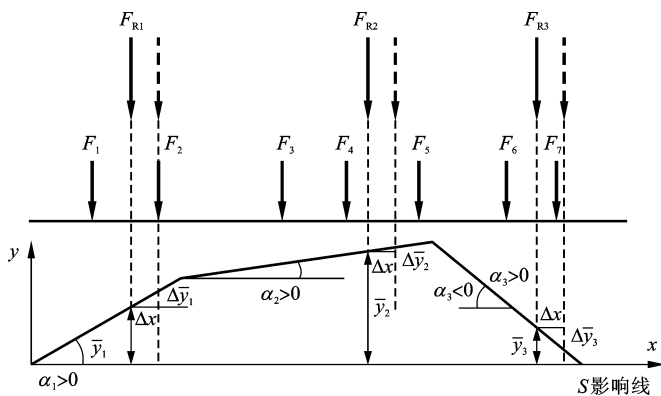


图 3.74 直线段倾角分别为 α_1 、 α_2 、 α_3 , 正、负规定

$$\Delta S = \sum_i F_{Ri} \cdot \Delta \bar{y}_i \cdot \tan \alpha_i = \frac{\Delta \bar{y}_i}{\Delta x} \cdot \Delta \bar{y}_i = \Delta x \cdot \tan \alpha_i$$

$$\Delta S = \sum_i F_{Ri} \cdot \Delta x \cdot \tan \alpha_i = \Delta x \cdot \sum_i F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta x} = \sum_i F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i$$

【课堂讨论2】

- (1) 量值取得极大值和极小值的条件是什么?

极大值条件 $\Delta S < 0$

$$\Delta x > 0 \quad \Delta S < 0 \quad \sum_i F_{Ri} \tan \alpha_i < 0 \quad \text{变号}$$

$$\Delta x < 0 \quad \Delta S < 0 \quad \sum_i F_{Ri} \tan \alpha_i > 0$$

极小值条件 $\Delta S > 0$

$$\Delta x > 0 \quad \Delta S > 0 \quad \sum_i F_{Ri} \tan \alpha_i > 0 \quad \text{变号}$$

$$\Delta x < 0 \quad \Delta S > 0 \quad \sum_i F_{Ri} \tan \alpha_i < 0$$

荷载在产生极值点的位置, 必须 $\sum_i F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i$ 变号。

- (2) $\sum_i F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i$ 什么情况下会发生变号?

分析问题 主动探究

合作学习 沟通表达

解决问题 掌握方法

课堂讨论1: 一系列间距不变的移动集中荷载如何确定最不利荷载的位置? 采用哪种方法? 如何切入?

【分组讨论】同学们分组讨论确定一组间距不变的移动集中荷载的最不利荷载位置。教师可巡视、查看同学们的讨论情况, 及时发现问题, 解决同学们的疑问。

【表达观点】讨论完成后每组派出代表表述该组讨论结果, 正确的观点应给予鼓励, 不正确的观点应及时纠正。

【总结】最不利荷载位置就是求极值的问题, 但不能直接求, 可以从量值的增量入手。引导学生推导最不利荷载位置的判别式, 写出某一荷载位置的量值计算表达式和移动一微小位置的量值计算表达式, 两者差值的表达式即为增量表达式。

解决问题

掌握方法

思政育人

课堂讨论2: 表达式写出后, 如何判断取得极大值和极小值的条件? 同学们分组讨论, 并表述观点。在分析问题、解决问题的过程中, 教师引导学生分析。分析后, 归纳总结量值取得极大值和极小值的条件。

只有某个集中力作用在影响线的顶点处才有可能。

(3) 哪个集中力作用在影响线的顶点上, $\sum F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i$ 会发生变号?

由试算确定数值较大且密集的部位的中心力。

临界荷载: 使 $\sum F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i$ 符号发生变号的集中荷载, 称为临界荷载 F_{cr} , 此时的荷载位置称为临界位置。

三、最不利荷载位置的计算步骤

(1) 作量值的影响线。

(2) 试算确定临界荷载。选一个荷载(有可能是临界荷载)置于影响线的顶点上, 使 $\sum F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i$ 发生变号。

(3) 若临界位置不止一个, 求出每个对应的 S 值。

(4) 比较各 S 值, 找出其中最大值, 确定出最不利位置。

例 1: 如图 3.75 所示, 如何确定简支梁桥在车辆荷载作用下跨中截面弯矩的最不利荷载位置?

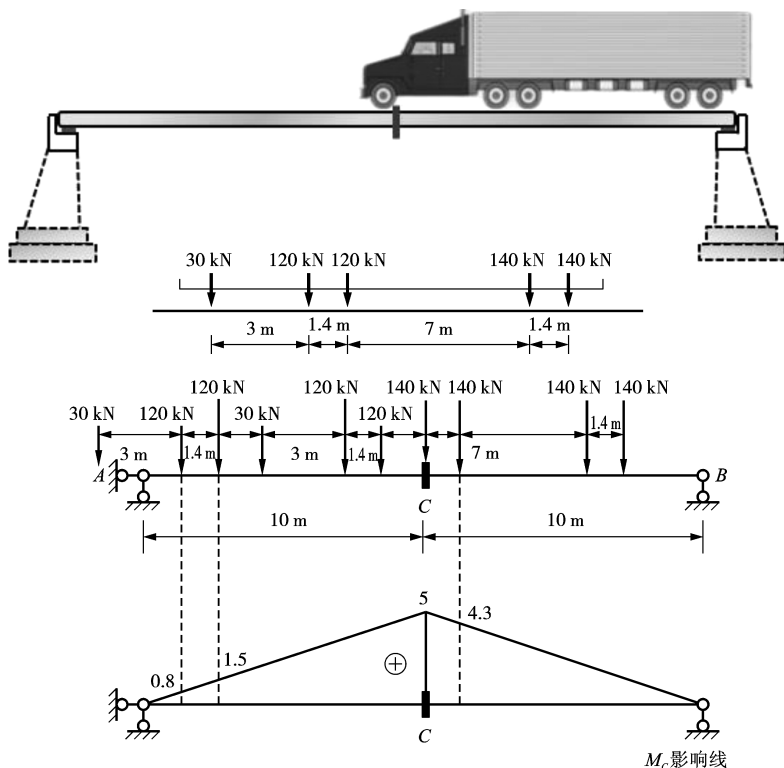


图 3.75 确定最不利荷载位置

①作 M_C 的影响线。

②确定临界荷载; 将第二个 140 kN 置于顶点, $\Delta x < 0$, $\sum F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i > 0$; $\Delta x > 0$, $\sum F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i < 0$ 。

③确定最不利位置。

④求出 $M_{C(\max)}$ 。

$$M_{C\max} = 120 \times 0.8 + 120 \times 1.5 + 140 \times 5 + 140 \times 4.3 = 1578 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

★ 课程思政

量值取得极大值和极小值的条件说明了一个问题: 该改变的时候改变, 不该改变的时候就不能变。比如好好学习的心不能变, 无论现在、将来, 任何时候都要保持不断学习的心态。

教师继续引导学生讨论: 求和符号在什么情况下会发生变号? 发生变号的前提条件是什么? 由此引出临界荷载。临界荷载的位置又如何确定? 总结归纳法: 按照前述分析, 总结归纳最不利荷载位置的计算步骤。特别注意, 临界位置可能不止一个, 要全部找出, 最后确定最不利荷载位置。

★ 课程思政

解决问题的方法。最不利荷载位置需要找出最大值, 结构力学题目的计算需要找到最优方法, 同学们在解决问题时也要尽量找到最优的解决方案。

实战练兵 掌握技巧

结合工程 解决问题

练习法、先练后讲: 按步骤完成例 1。同学们在作图时, 教师可在教室巡视, 发现问题及时解决, 或及时解答同学们的疑问。

总结

最不利荷载位置如图 3.76 所示。

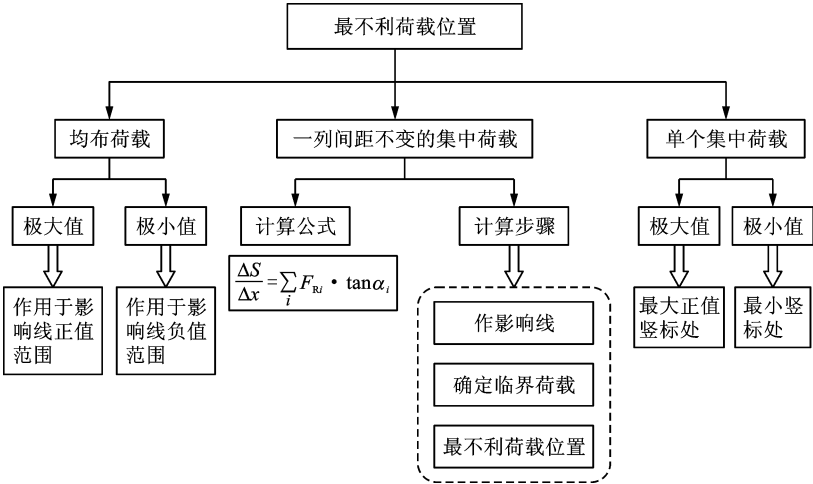


图 3.76 最不利荷载位置

拓展延伸

(1) 固定荷载作用下结构内力计算在前面章节已经学习过，大家都已经掌握；这节课学习了移动荷载作用下结构量值的最大值和最小值的计算；那么对于整个结构来说，如何保证结构在施工、使用时的安全？我们计算的结果怎么用？请同学们查阅《公路桥涵设计通用规范》(JTG D60—2015)(见图 3.77)，探寻问题的答案。

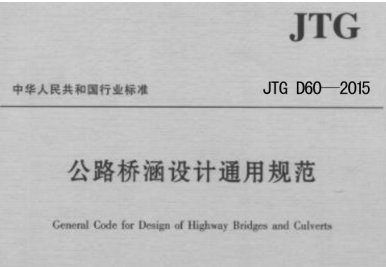


图 3.77 《公路桥涵设计通用规范》

(2) 请同学们利用 MIDAS(见图 3.78)或者“桥梁博士”建立力学模型，计算 C 截面弯矩的最大值和最小值。将计算结果与手算结果进行对比。



图 3.78 计算软件

总结梳理
消化巩固

总结梳理本节课的主要内容，再次强调重点、难点内容。

丰富知识 拓展能力
结合工程 解决问题

课后拓展：(1) 学会自主探究，自主寻求问题的答案。(2) 理论与实际相结合：请同学们查阅相关资料，研究本节课的内容在实际工程中如何应用。利用互联网的强大功能，助推知识的了解、掌握。

课后作业

【作业】教材 P328: 11-21、11-22、11-23。

【思考题】

(1) 在结构计算中是以整个结构受力最不利的截面来指导结构设计或施工, 本节课介绍了某个量值的最不利荷载位置的确定, 那么对于整个结构来说哪个截面的内力又是最大的?

(2) 当影响线的竖标有突变时, 还能否用 $\frac{\Delta S}{\Delta x} = \sum_i F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i$ 判别式判断临界荷载? 如果不能, 该如何解决?

(3) 当移动荷载是人群荷载、车道荷载等可任意布置均布荷载时, 还能否用 $\frac{\Delta S}{\Delta x} = \sum_i F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i$ 判别式判断临界荷载? 如果不能该如何解决?

下节内容+预习要求

【下节内容】

简支梁的绝对最大弯矩+简支梁的包络图(理论课+习题课): ①总结简支梁的绝对最大弯矩的计算方法; ②通过练习题实战练兵, 巩固知识, 学会应用。

【预习要求】

①预习时间: 30 分钟; ②完成“学习通”上本节课内容的微视频学习; ③完成教材 11.11 节、11.12 节内容的学习; ④阅读相关参考资料; ⑤做好预习笔记, 包括自己的看法和体会, 记录不懂的和有疑问的地方。

思维导图

本节课内容的思维导图如图 3.79 所示。

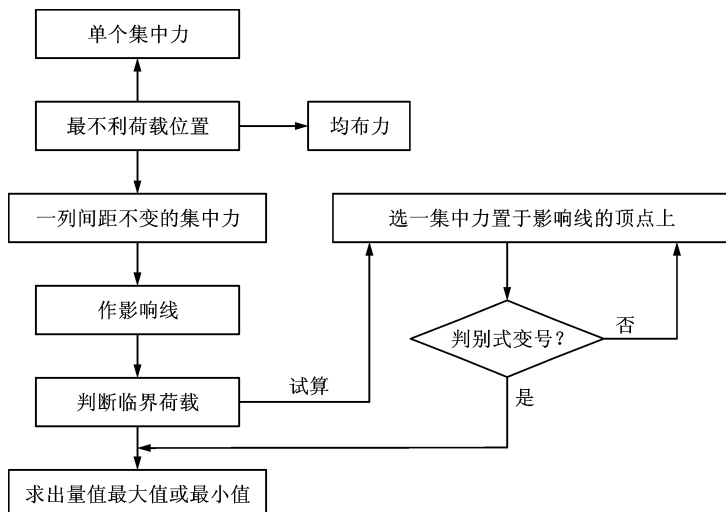


图 3.79 思维导图

独立思考

自主探究

逻辑思维

思考知识之间的紧密关系, 培养主动学习、主动探究的逻辑思维能力。

同学们在做作业时注意分析、体会, 理解最不利荷载位置的判断方法、步骤, 多注意总结规律, 抓住本质问题。注意作业的规范、简洁、明了; 课下多花时间理解教材, 复习巩固, 及时与同学讨论, 与老师沟通。

自主学习

养成习惯

学而时习

带着问题预习下节课的内容, 要提高预习效率; 培养自主学习能力。

教育的目的是养成自己学习自己研究, 用自己的头脑来想、用自己的眼睛来看、用自己的手来做的能力。

◆ 课余教学

- ◆ “学银在线”教学平台资料和微视频学习；
- ◆ “学银在线”教学平台学习在线测试；
- ◆ 教学平台互动讨论、交流；
- ◆ 在线学习答疑；
- ◆ 图书馆数字资源。

课后拓展、作业、思考题均会展示在在线开放课程平台上，请同学们及时关注，按时完成相关作业。

◆ 板书设计

【固定板书】

固定板书如图 3.80 所示。

11.8 最不利荷载位置

一、概念

二、确定方法(一系列间距不变的移动集中荷载)(判别式推导)

$$S = F_{R1}\bar{y}_1 + F_{R2}\bar{y}_2 + F_{R3}\bar{y}_3 = \sum_i F_{Ri} \cdot \bar{y}_i \quad S + \Delta S = \sum_i F_{Ri} \cdot (\bar{y}_i + \Delta \bar{y}_i)$$

$$\Delta S = \sum_i F_{Ri} \cdot \Delta \bar{y}_i$$

$$\Delta S = \sum_i F_{Ri} \cdot \Delta x \cdot \tan \alpha_i = \Delta x \cdot \sum_i F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta x} = \sum_i F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i$$

三、计算步骤

图 3.80 固定板书

【机动板书】

机动板书如图 3.81 所示。

例 1:

$$\sum F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i = (120 + 120 + 140) \times \frac{1}{2} + (140) \times \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$$

$$\sum F_{Ri} \cdot \tan \alpha_i = (120 + 120) \times \frac{1}{2} + (140 + 140) \times \left(-\frac{1}{2}\right) < 0$$

图 3.81 机动板书