

## 5.4

## Dijkstra 最短路径

基本信息

|      |                                    |      |             |
|------|------------------------------------|------|-------------|
| 教学主题 | Dijkstra 最短路径                      | 课时安排 | 1 课时(45 分钟) |
| 所在章节 | 第 7 章 图/第 7.6.1 节 从某个源点到其余各顶点的最短路径 |      |             |

## 【教学目标】

## ❖ 知识目标

- (1)理解：“最短路径”的含义。
- (2)掌握：Dijkstra 算法的思想、过程及实现。
- (3)运用：Dijkstra 算法解决生活中的问题。

## ❖ 能力目标

- (1)提取要素：在理解概念，阅读教材、文献中对抽象概念的表述时，锻炼自己提取概念关键词和要素的能力。
- (2)举一反三、主动思考：培养学生发现问题、分析问题和解决问题的能力，培养学生分析建模和利用算法解决实际问题的能力。
- (3)逻辑思维：学会查阅文献资料，培养学生运用分析、比较、归纳与演绎等科学研究方法的逻辑思维能力。

## ❖ 素质目标

- (1)专注、投入：培养学生学习兴趣、良好的思维习惯、自主学习的积极性以及专注投入的学习习惯。
- (2)合作、创新：培养学生良好的团队合作精神，以及复习+总结、预习+思考的良好学习习惯和严谨务实的学习态度，并通过知识拓展开阔视野，引导学生敢于创新，提高自主探索的创新品质。

## 【教学内容】

- (1)Dijkstra 算法思想、算法实现【重点】。
- (2)运用 Dijkstra 算法实际问题【重点】【难点】。

## 【教学组织与教学思路】

## ❖ 教学组织

教学时间共计 45 分钟，课堂组织从“最短路径的生活应用”引入，继而介绍本次课学习目标，接着承上启下温故知新，回顾上节课的知识点，并对本次课做个前测，之后详细讲解 Dijkstra 算法的思想、设计过程及实现等知识点。教学课堂的活跃、学生思维的调动等环节展开。

#### ❖ 教学思路

将教学环节分为课前、课中和课后三个阶段。各阶段综合应用信息化教学法、BOPPPS 教学模式等。

(1) 课前: 基于学校的教学平台, 推送教学课件、MOOC 链接等进行多维度导学, 使学生初步了解将要学习的内容。通过学生完成 MOOC 链接中的前测, 了解学生预习情况, 确定本堂课教学重点及难点。

(2) 课中: 应用 BOPPPS 教学模式。

① 课堂导入。以实际案例导入。设置情境, 激发学生学习兴趣。

② 学习目标。明确本节课的学习目标和学习要求。

③ 温故知新。承上启下回顾知识, 进行课程前测, 了解学生的前期知识掌握情况。

④ 讲授与互动。重点及难点内容详讲, 辅以提问、启发、类比、讨论等方式进行互动式讲授, 以期强化学习目标, 活跃课堂氛围, 加深内容理解, 拓展认知思维。

⑤ 学以致用。课堂练习题, 加入板书及学生演板等互动, 以了解学情, 督促学生主动参与教学过程, 提升学生学习参与度。

⑥ 课程小结与练习。通过思维导图等总结本节主要内容, 布置课后练习巩固提升, 同时通过设置问题, 引出下次课教学内容。

本次课通过“最短路径的生活应用”引入, 继而回顾上节课的知识点, 再介绍本次课学习目标: 理解“最短路径”的含义; 掌握 Dijkstra 算法的思想、算法过程及算法实现; 运用 Dijkstra 算法解决生活中的实际问题。之后详细讲解 Dijkstra 最短路径实现等知识点。

在讲授和互动环节, 首先介绍 Dijkstra 最短路径的含义, 接着介绍 Dijkstra 算法的思想、算法过程, 按照 Dijkstra 算法思想, 设计算法需要用到的参数, 求解 Dijkstra 最短路径, 并进行实现。授课过程中, 综合应用提问、讨论、课堂练习的方式, 使学生真正理解和掌握本节学习内容。

讲授环节后, 通过“学以致用”课堂测试来评价学生对知识的理解掌握情况, 最后进行教学总结, 归纳本节课的学习内容。

(3) 课后: 练习、复习、拓展。

① 通过学校教学平台布置课后作业, 作业完成后, 线上批阅。

② 鼓励学生积极参与 MOOC 平台的交流与讨论。

③ 布置拓展阅读资料, 鼓励学生提出挑战性 or 批判性问题。

#### ▶ 【教学方法】

(1) 结合生活中的“最短路径应用”引入课程, 针对性地分析问题和解决问题, 提高学生学习兴趣。

(2) 采用多媒体动画的方式形象地描述寻找最短路径过程, 刺激学生感官, 加深对 Dijkstra 算法的理解; 同时合理地设计板书, 避免 PPT 放映过快导致学习“短路”, 利于学生掌握学习内容。

(3) 以问答方式进行知识点回顾及讲解, 活跃课堂气氛。

(4) 采用启发式、案例式教学, 上课前向学生提一个思考问题: 生活中有哪些应用是和最短路径相关的? 作为计算机专业的学生, 我们能做些什么? 然后让学生带着问题有针对性地学习知识点, 更深层次地理解课堂所学。

(5) 进行必要的课堂小结, 布置课外习题及参考资料。

(6) 采用前后呼应的方式引导学生对下一节课的兴趣点。

课堂教学思维导图如图 5.41 所示。

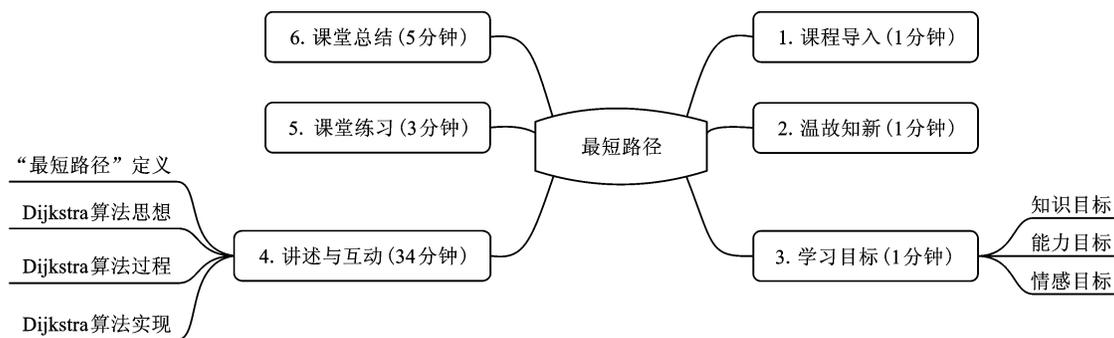


图 5.41 课堂教学思维导图

## ▶ 【课程思政】

通过 Dijkstra 最短路径的求解，引导学生学习思考：

(1) 通过“生活中最短路径的应用”(思政元素)，引出“科技改变生活”，引导学生确定正确的职业使命感。(融合策略)

(2) 通过讲述最短路径的提出者、计算机图灵奖获得者也是算法命名者 Dijkstra 的故事，开展理想信念教育和人生价值教育。

(3) 通过“最短路径”的案例“快递员寻找最优路径”引导学生“向平凡的快递员致敬”。

## 教 学 过 程

### ◆ 课堂导入(1分钟)

引例：“生活中最短路径的应用”引入课程，如图 5.42 所示。

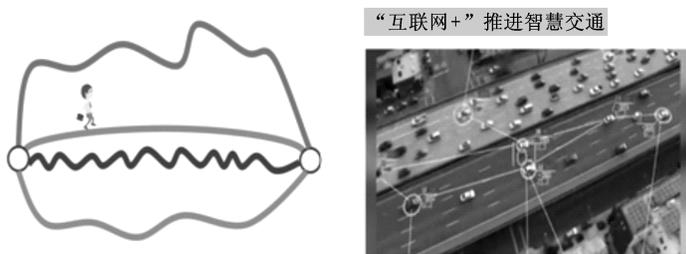


图 5.42 最短路径应用

由各类最短路径的应用，得到“科技改变生活”的结论，引导学生务必努力学好专业知识，不久的将来，大家也能为人们的学习、生活、工作提供便利的软件，为国家和社会的发展贡献自己的力量。

用“寻找最短路径”的动画引入本节课的学习内容，使学生有代入感，能快速进入课堂。同时，引入生活中“最短路径的应用”把教学内容和日常生活联系起来，激发学生学习兴趣和学习动力。

#### ★ 课程思政

由“应用举例”感受“科技改变生活”，引导学生确立正确的职业使命感。

### 明确目标(1分钟)

- \* 本节目标
- (1)理解“最短路径”含义;
- (2)掌握 Dijkstra 算法思想、过程及实现;
- (3)运用 Dijkstra 算法解决生活中的问题。

提升视角,强调本节课的学习目标。

### 重点讲解 难点分析 理论实践 虚拟演示 自主探究 (38分钟)

- \* 讲授及互动
  - (1)在有向图中,两个顶点之间的路径长度是( )?(1分钟)
  - A. 路径上的顶点数目
  - B. 路径上边的数目
  - C. 路径上顶点和边的数目
  - D. 路径上所有边的权值之和
  - (2)什么是最短路径?(3分钟)
- 放映 PPT。

温故知新:首先通过知识回顾,测试学生对路径长度的理解,以预测学生在后续课堂时是否会混淆概念。

归纳讲授法:阐述最短路径的定义。

假如一个交通运输网,从城市A到城市B有多条线路,但每条线路的交通费(或所需时间)不同,那么,如何选择一条线路,使总费用(或总时间)最少?

↓

用带权的有向图表示交通运输网

- ◆ 顶点——表示城市
- ◆ 边——表示城市间的交通联系
- ◆ 权——表示沿此线路运输所用的费用或时间等

对实际的交通运输网进行问题抽象,得出最短路径的定义:  
有向图中 A 点(源点)到达 B 点(终点)的多条路径中,寻找一条各边权值之和最小的路径,即最短路径。

- \* 案例分析
- 案例如图 5.43 及表 5.3 所示。

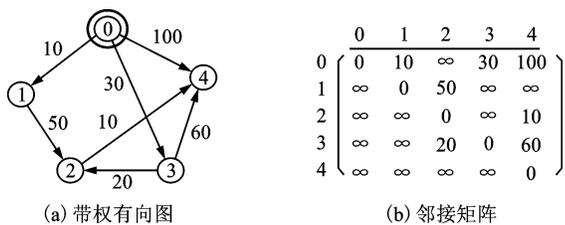


图 5.43 案例分析图

案例分析+问题驱动+学生演板。

案例分析,引导展示。同时辅以黑板演板、问题驱动式,引导学生对比分析、归纳总结。让学生参与式进行学习。(培养学生理解力)

表 5.3 案例分析表

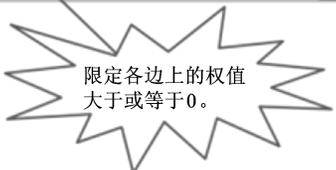
| 源点    | 终点    | 最短路径  | 路径长度      |
|-------|-------|---|-----------|
| $v_0$ | $v_1$ | $(v_0, v_1)$                                    | 10        |
|       | $v_2$ | $(v_0, v_1, v_2)(v_0, v_3, v_2)$                | 60 50     |
|       | $v_3$ | $(v_0, v_3)$                                    | 30        |
|       | $v_4$ | $(v_0, v_4)(v_0, v_3, v_4)(v_0, v_1, v_2, v_4)$ | 100 90 70 |
|       |       | $(v_0, v_3, v_2, v_4)$                          | 60        |

- 通过案例,分析“最短路径”含义。

(3) Dijkstra 最短路径定义。(2 分钟)

放映 PPT。

- 单源点最短路径
  - 对于给定的有向图 $G=(V, E)$ 及单个源点 $V_s$ ,求 $V_s$ 到 $G$ 的其余各顶点的最短路径,即单源点最短路径。
- Dijkstra 最短路径
  - 迪杰斯特拉 (Dijkstra) 在单源点最短路径基础上,提出了一个按路径长度递增的次序产生最短路径,即 Dijkstra 最短路径



限定各边上的权值  
大于或等于0。

Dijkstra 最短路径是在单源点最短路径基础上得到的。

人物介绍:介绍迪杰斯特拉的一些主要事迹。如图 5.44 所示。



艾兹格·W. 迪杰斯特拉  
(Edsger Wybe Dijkstra)  
1930—2002。  
荷兰计算机科学家。  
结构程序设计之父。

- 1972 年获得图灵奖。
- 1989 年获计算机科学教学杰出贡献奖。

图 5.44 迪杰斯特拉介绍

#### \* 课外思考题

Dijkstra 最短路径有个要求:各边权值需要大于或等于 0,为何?同学们扫描二维码回答。

(4) Dijkstra 算法思想【重点】。(3 分钟)

1) Dijkstra 算法思想:单源点、路径递增。

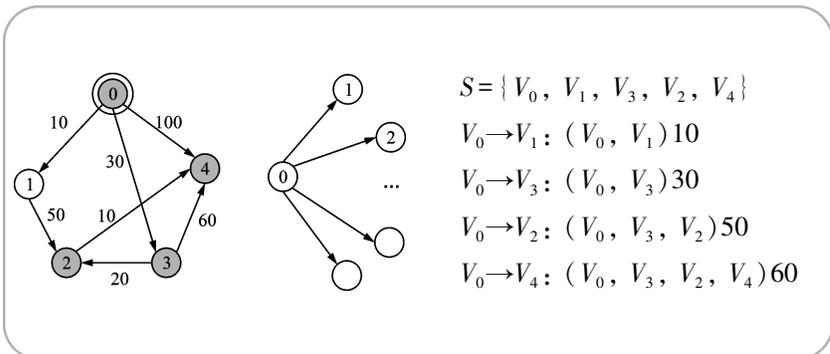
通过生动形象的讲解,调动学生学习积极性,避免枯燥乏味的学习氛围,同时引出思政要点。

#### ★ 课程思政

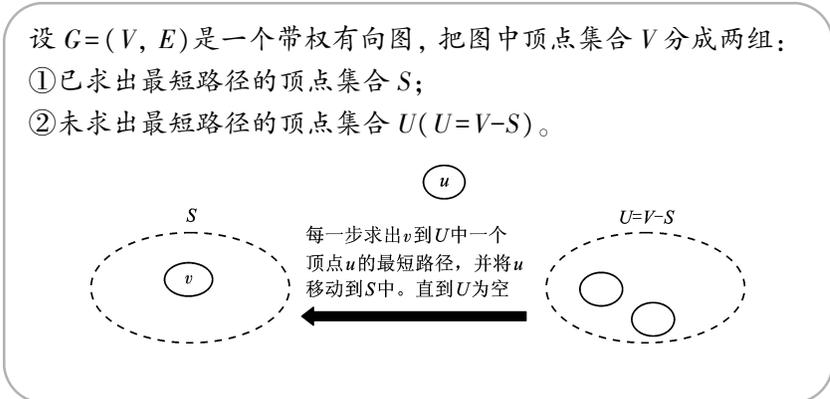
通过讲述 Dijkstra 最短路径提出者迪杰斯特拉的故事,开展理想信念教育,引导学生树立积极向上的人生观和价值观。

课外思考题:通过扫描二维码,让学生课外依然参与思考,扫描二维码回答时,需填写学号、姓名,以作平时成绩考核用。

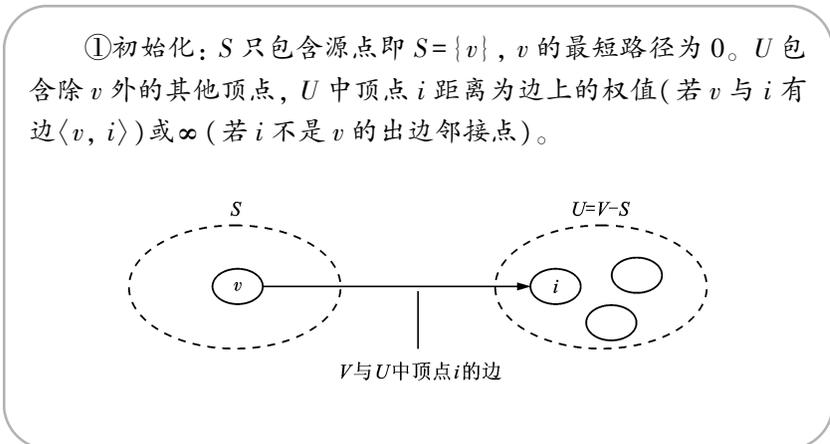
放映 PPT。



2) 路径递增是将顶点集合分成两组。  
放映 PPT。



(5) Dijkstra 算法过程【重点、难点】。(20 分钟)  
Dijkstra 算法求解过程包括三步: 初始化、选择、更新。  
放映 PPT。

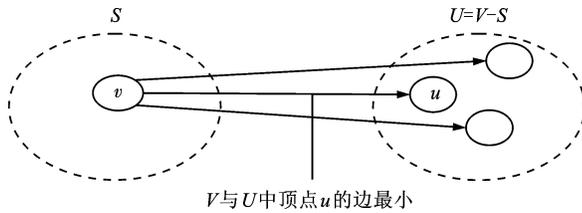


归纳讲授+动画展示: 详细讲述 Dijkstra 算法的主要思想: 单源点最短路径、路径长度递增。路径长度递增时, 抛出疑问: 如何实现? 让学生带着问题, 进行下一步的课堂活动。动画展示将顶点分成两部分, 顶点逐个从  $U$  移动到  $S$  中。

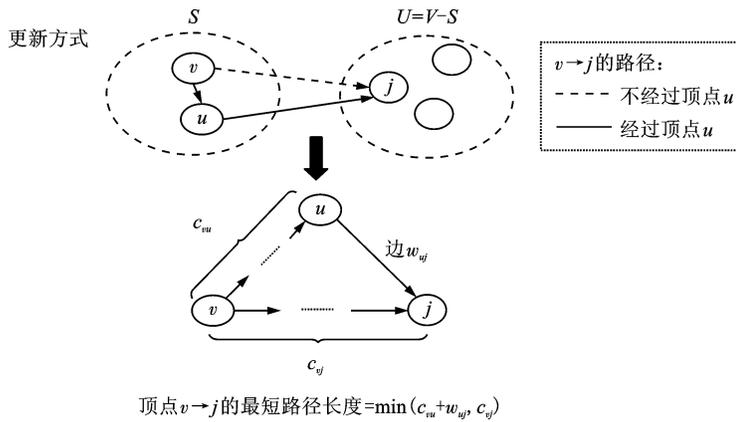
分模块讲授+动画展示: 详细讲解 Dijkstra 算法过程, 通过观看动画让学生生动、形象地理解算法的过程, 提升学生学习的兴趣, 并留有学习空间(培养学生理解力)。



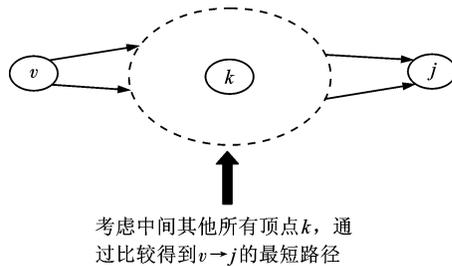
②选择：从  $U$  中选取一个距离  $v$  最小的顶点  $u$ ，把  $u$  加入  $S$  中(该选定的距离就是  $v \rightarrow u$  的最短路径长度)



③更新：以  $u$  为新考虑的中间点，修改  $U$  中各顶点  $i$  的最短路径长度：若从



重复步骤②和③，直到所有顶点都包含在  $S$  中。



\* 提问

(1) 如何存放最短路径长度?

①用一维数组  $\text{dist}[j]$  存储。

②源点  $v$  默认， $\text{dist}[j]$  表示源点  $\Rightarrow$  顶点  $i$  的最短路径长度，如  $\text{dist}[2]$

= 12 表示源点  $\Rightarrow$  顶点 2 的最短路径长度为 12。

(2) 如何存放最短路径?

- ①用一维数组  $path[]$  存放。
- ② $v \rightarrow j$  的最短路径如图 5.44 所示。

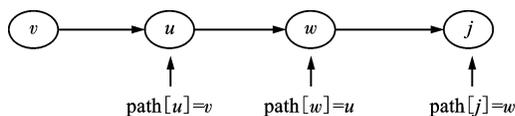


图 5.44  $v \rightarrow j$  的最短路径

\* 实例分析

• 快递员路线规划。

某地区道路网如图 5.45 所示, 两点之间的数字表示骑车所需时间, 快递员需要用最短的时间从 0 将物品送到 5, 如何选择路线?

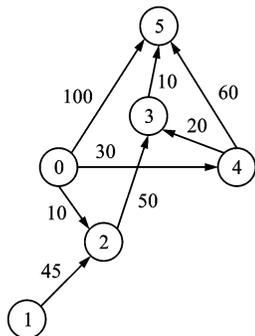


图 5.45 快递员路线规划

• 以快递员线路规划为例讲解最短路径求解过程。如图 5.46 所示。无论是平常生活中的车水马龙, 还是疫情期间的空荡街道, 快递小哥都是我们常见的人, 特别是 2020 年新冠肺炎疫情期间, 生活用品、医疗物资基本全靠快递运达。让我们向这些平凡的人致敬!

|   |  | path[] |   |    |   |   |   |
|---|--|--------|---|----|---|---|---|
|   |  | 0      | 1 | 2  | 3 | 4 | 5 |
| 0 |  | -1     | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 |  | -1     | 0 | 2  | 0 | 0 | 0 |
| 0 |  | -1     | 0 | 2  | 0 | 0 | 0 |
| 0 |  | -1     | 0 | 4  | 0 | 0 | 0 |
| 0 |  | -1     | 0 | 4  | 0 | 3 |   |

| 终点    | 从 $v_0$ 到各终点的当前 Dist 值和最短路径 Dist[j] |                           |                           |                                |
|-------|-------------------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------------|
| $v_1$ | $\infty$                            | $\infty$                  | $\infty$                  | $\infty$                       |
| $v_2$ | 10<br>{ $v_0, v_2$ }                |                           |                           | 10<br>{ $v_0, v_2$ }           |
| $v_3$ | $\infty$                            | 60<br>{ $v_0, v_2, v_3$ } | 50<br>{ $v_0, v_4, v_3$ } | 50<br>{ $v_0, v_4, v_3$ }      |
| $v_4$ | 30<br>{ $v_0, v_4$ }                | 30<br>{ $v_0, v_4$ }      |                           | 30<br>{ $v_0, v_4$ }           |
| $v_5$ | 100<br>{ $v_0, v_5$ }               | 100<br>{ $v_0, v_5$ }     | 90<br>{ $v_0, v_4, v_5$ } | 60<br>{ $v_0, v_2, v_3, v_5$ } |
| $v_j$ | $v_2$                               | $v_4$                     | $v_3$                     | $v_5$                          |
| s     | { $v_0, v_2$ }                      | { $v_0, v_2, v_4$ }       | { $v_0, v_2, v_4, v_3$ }  | { $v_0, v_2, v_3, v_5$ }       |

图 5.46 案例分析

问题驱动 (点名回答问题): 设计启发性提问引导学生归纳总结, 配合黑板板书挖掘特征, 总结算法设计过程中需要考虑解决的问题。

★ 课程思政

通过快递员路线规划实例, 引导学生思考: 身边平凡的快递员为我们做了很多事情, 特别是在疫情期间, 向平凡的快递员致敬! 同时, 引导学生感受自己的职业使命感和树立积极向上的人生观和价值观。

提问：

(1) 过程中  $V_j$  表示什么？

答： $S$  之外当前的最短路径的顶点。

(2) 第二轮时， $v_0$  到  $v_3$  的最短路径为何变了？

答：之间的最短路径变短了。

(6) Dijkstra 算法实现【重点、难点】。(4 分钟)

- 分模块介绍算法实现

放映 PPT。

```

void Dijkstra(Mgraph g,int v)
{
    int dist[MAXV],path[MAXV];
    int S[MAXV];
    int mindis ,i,j,u;

    for(i=0;i<g.n;i++)
    {
        dist[i]=g.edges[v][i]; //距离初始化
        S[i]=0; //S[]置空
        if(g.edges[v][i]<INF) //路径初始化
            path[i]=v; //顶点v到i有边时
        else //顶点v到i没边时
            path[i]=-1;
    }
    S[v]=1; //源点v放入S中

    for(i=0;i<g.n;i++) //循环n-1次
    {
        mindis=INF;
        for(j=0;j<g.n;j++)
        {
            if(s[j]==0&&dist[j]<mindis)
            {
                u=j;
                mindis=dist[j];
            }
        }

        S[u]=1; //顶点u加入S中
        for(j=0;j<g.n;j++) //修改不在S中的顶点的距离
        {
            if(S[j]==0)
            {
                if(g.edges[u][j]<INF&&dist[u]+g.edges[u][j]<dist[j])
                {
                    dist[j]=dist[u]+g.edges[u][j];
                    path[j]=u;
                }
            }
        }
    }

    Dispath(dist,path,s,g,n,v); //输出最短路径
}

```

dist和path数组初始化

找最小路径长度顶点u

更新

$O(n^2)$

(7) 学以致用。(3 分钟)

网络中路由如图 5.47 所示，路径上的数字是路由的能量消耗量，如何求从源点  $S$  到目的点  $D$  之间的最节能的路由？

案例分析+动画演示+问题驱动(点名学生回答问题)。

通过动画的方式，演示每步求解的过程，计算最短路径和最短路径长度。并辅以提问展示，让学生参与课堂。

讲解过程中，同时展示利用  $dist$  和  $path$  如何求最短路径长度和最短路径；求解过程中，展示路径长度是如何递增的。

代码分析：分模块、逐行详细介绍 Dijkstra 最短路径算法，进一步加深学生的理解和掌握。

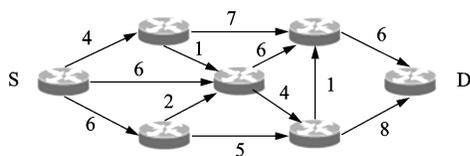


图 5.47 网络中路由

解答：如图 5.48 所示。

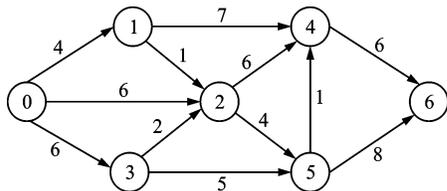


图 5.48 解答图(1)

分析：路由图 5.49 可以转换为图 5.55(同图 5.56)，即为求顶点 0 到顶点 6 的最短路径问题。

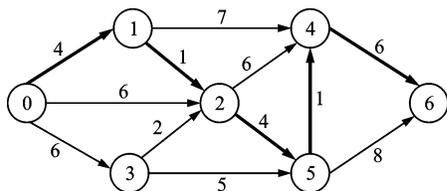


图 5.49 解答图(2)

课堂练习+互动：通过学以致用，帮助学生巩固知识，同时能让老师及时了解本节课的授课效果。

### ◆ 课堂总结 课后拓展 预习提示(5分钟)

#### ★ 课堂总结

- (1) “最短路径”含义；
- (2) Dijkstra 算法思路、过程及实现；
- (3) Dijkstra 算法解决实际问题。

思维导图如图 5.50 所示。

引导学生运用思维导图进行知识总结。

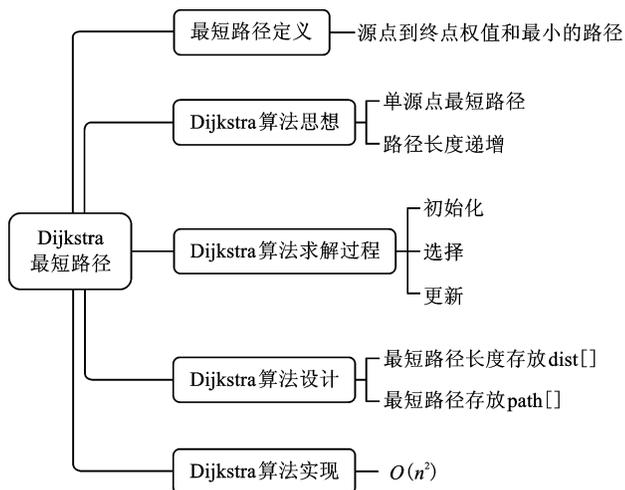


图 5.50 思维导图

## ★ 课后导学

【作业】某企业计划五年内中每年的购置费、维修费与运行费如表 5.4 所示,工厂要制订今后五年最经济的设备更新计划。

表 5.4 某企业五年计划

| 年数/年   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 购置费/万元 | 18  | 20  | 21  | 23  | 24  |
| 使用年数/年 | 0~1 | 1~2 | 2~3 | 3~4 | 4~5 |
| 维修费/万元 | 5   | 7   | 12  | 18  | 25  |

【拓展】研读科研文献(全文已发 QQ 群),欢迎学生在线上平台随时与老师讨论。

Solichudin S, Triwiyatno A, Riyadi M A. Conflict-free dynamic route multi-AGV using dijkstra floyd-warshall hybrid algorithm with time windows[J]. International Journal of Electrical and Computer Engineering, 2020, 10 (4): 3596.

【预习】多源点最短路径。



课后思考题



学习反馈

课后练习:通过课后拓展练习,引导学生自主学习,加深对 Dijkstra 最短路径的理解,并综合应用、积极创新。

布置预习任务:通过预习提示,提示下节课的学习内容。

## 【板书设计】

板书设计如图 5.51 所示。

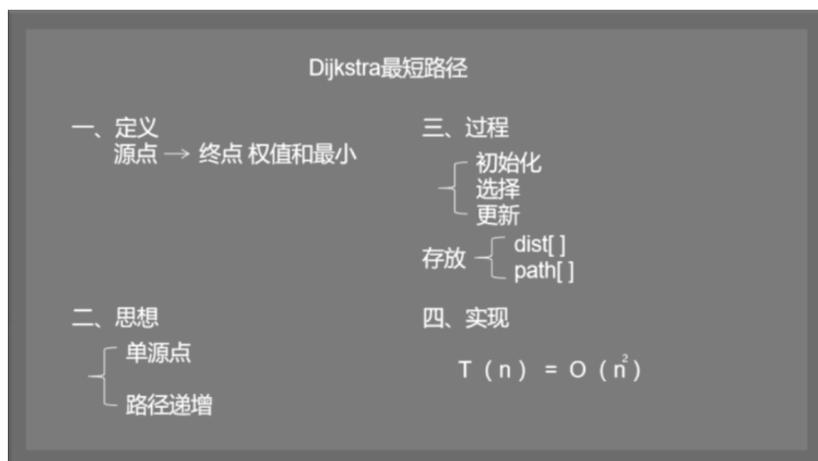


图 5.51 板书设计

## 教 学 后 记

(1)课程采用 BOPPPS 教学模式,同时结合中国大学 MOOC,既考察了学生对预习内容的掌握情况,又增强了对新知识点的讲解和巩固练习。

(2)课前预估到学生对“最短路径”含义理解可能存在局限性,容易和“距离”混淆,因此在“温故知新”环节设立课前测试题,便于理解“最短路径”概念。

(3)课堂上围绕案例边演示边讲解边提问,把整节课知识穿插到案例中介绍,循序渐进,启发学生独立分析问题、解决问题,培养学生独立思考、融会贯通的学习能力。同时通过大量的图片、动画有效地化解本堂课难点,直观地理解 Dijkstra 算法的详细过程。

(4)讲解过程中,注重课程思政的教育:通过生活的实例、人物介绍、快递员的实例引入思政要点,授导学生确定正确的职业使命感和树立正确的人生观、价值观。

(5)考虑增设一些生活中常见的“最短路径”的案例分析例题。