

9.4

梁的刚度条件及其合理设计

基本信息			
教学主题	梁的刚度条件及其合理设计	课时安排	1 课时(45 分钟)
所在章节	第 6 章 弯曲变形/6.6 梁的刚度条件及其合理设计		

【教学目标】

- ❖ 知识目标
 - (1)能说出梁的刚度条件。
 - (2)能说出提高梁弯曲刚度的措施。
- ❖ 技能目标
 - (1)能够依据梁的刚度条件进行相关的计算。
 - (2)能够依据梁的刚度条件进行相关的设计。
- ❖ 思政目标
 - (1)要有民族自豪感和文化自信。
 - (2)能以严谨的科学态度对待工程问题，能坚守工匠精神。
 - (3)要团结奋进，合作共赢。

【教学方法】

采用启发式教学法和精讲多练法实施教学。

【教学重点与难点】

- 重点：依据梁的刚度条件进行相关的计算和设计。
- 难点：依据梁的刚度条件进行相关的计算和设计。

【教学思路和方法设计】

- ❖ 内容分析

本节课主要介绍梁的刚度条件，以及依据刚度条件进行刚度校核，截面设计和许用载荷的确定；提出提高梁弯曲刚度的措施。工程应用中，不同用途的梁的刚度要求不同，如建筑钢梁的刚度要求远远没有机械传动轴和精密机床中梁的刚度严格。因此，梁的刚度设计具有重要的工程意义。
- ❖ 学情分析

在学习了梁挠度和转角计算之后，对梁的刚度计算变得相对容易，同时对前面知识的加深巩固。依

据梁的刚度条件对梁进行合理设计,则是对理论知识的实际运用理论与实践相结合,帮助学生深入理解梁变形和刚度计算。

❖ 教学设计思路

本节采用启发式教学法和精讲多练法实施教学。通过美国塔科马海峡大桥案例,强调刚度条件在工程中的重要性,引出梁的刚度条件就是梁的最大挠度和最大转角不能大于其许用值。刚度条件的相关计算则通过习题练习的方式讲解。依据梁的刚度条件,提出提高梁弯曲刚度的措施,并与提高梁弯曲刚度的措施进行对比和分析。具体设计如下:

(1)通过美国塔科马海峡大桥失败案例分析,直观地让学生看到刚度条件引起的事故,强调刚度条件在工程中的重要性。

(2)引出梁的刚度条件,引导学生理解不同用途的梁对刚度要求不同,并通过习题练习和讲解的方式,引导学生理解和掌握梁刚度条件的相关计算。

(3)依据梁的刚度条件,提出提高梁弯曲刚度的有效措施;与提高梁弯曲强度的措施进行比较,发现其中的相似点与不同点。

(4)通过矩形截面木梁的高宽比设计,与宋朝李诫《营造法式》中记载比较,突出古时匠人的聪明睿智,激发学生的民族自豪感和文化自信。

(5)回到美国塔科马海峡大桥的失败案例,强调知识和技能掌握之后,人为因素也至关重要;引导学生在今后的工作中要有担当、负责任,能够以严谨的科学态度对待工程问题,能够坚守工匠精神;完成思政目标。

(6)欣赏歌曲《众人划桨开大船》,引导学生用梁弯曲强度和弯曲刚度的知识解释歌词“一根筷子啊轻轻被折断,十双筷子啊牢牢抱成团”,告诉学生一个国家、一个民族要强大,必须团结奋进,合作共赢。

教 学 过 程

◆ 课堂导入(2 分钟)

案例:美国塔科马海峡大桥,主跨 853 米,全长 1716 米(见图 9.66)。

1940 年第一次修建的悬索桥桥面宽 11.9 米,加劲钢梁高仅 2.74 米;建成 4 个月后就风力摧毁(动画)。



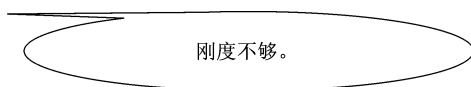
图 9.66 塔科马海峡大桥

【提出问题】塔科马海峡大桥毁坏的原因是什么?

【学生回答】

教学方法:启发式教学法、设问法。

设计意图:通过工程失败案例,强调刚度条件的重要性,引出梁的刚度条件及其合理设计。



【引出内容】梁的刚度应当满足什么条件？如何提高梁的刚度？

◆ 新课展开

❖ 梁的刚度条件

梁的弯曲变形： $w = \iint \frac{M(x)}{EI} dx$, $\theta = \int \frac{M(x)}{EI} dx$ 。

梁的刚度条件： $|w|_{\max} \leq [w]$, $|\theta|_{\max} \leq \theta$ 。

其中，建筑钢梁的许可挠度： $\frac{l}{1000} \sim \frac{l}{250}$ 。

机械传动轴的许可转角： $\frac{l}{3000}^\circ$ 。

精密机床的许可转角： $\frac{l}{5000}^\circ$ 。

❖ 题目练习

【题目1】已知：如图9.67所示， $q = 10 \text{ kN/m}$, $l = 3 \text{ m}$, $[\sigma] = 120 \text{ MPa}$, $E = 200 \text{ GPa}$, $[w] = l/250$, $h = 2b$, 试设计截面。

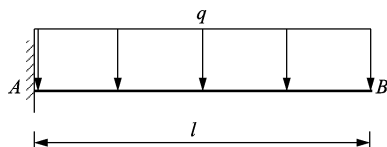


图 9.67 题目 1 图

【题目讲解】

(1) 按强度条件设计。

$$\frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]$$

A 截面为危险截面：

$$M_{\max} = \frac{1}{2}ql^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^3 \times 3^2 = 45 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{4b^3}{6} = \frac{2b^3}{3} \quad (h = 2b)$$

$$\frac{2}{3}b^3 \geq \frac{45 \times 10^3}{120 \times 10^6}$$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3 \times 45 \times 10^3}{2 \times 120 \times 10^6}} = 8.25 \times 10^{-2} \text{ m} = 8.25 \text{ cm}$$

$$h = 2b \geq 16.5 \text{ cm}$$

教学方法：习题练习和讲解法

设计意图：提出梁的刚度条件。

设计意图：通过题目练习，掌握梁的刚度计算，设计横截面尺寸。

(2) 按刚度条件设计:

$$w_{\max} \leq [w]$$

$$I_z = \frac{bh^3}{12} = \frac{b(2b)^3}{12} = \frac{2b^4}{3}$$

$$w_{\max} = \frac{ql^4}{8EI_z} = \frac{10 \times 10^3 \times 3^4}{8 \times 200 \times 10^9 \times \frac{2}{3} b^4} \leq \frac{l}{250}$$

$$b \geq \sqrt[4]{\frac{3 \times 10 \times 10^3 \times 3^3 \times 250}{8 \times 200 \times 10^9 \times 2}} = 8.92 \text{ cm}$$

$$h = 2b \geq 17.84 \text{ cm}$$

综合考虑强度和刚度条件, 取 $h = 18 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$ 。

【题目 2】如图 9.68 所示, 已知钢制圆轴左端受力为 $F = 20 \text{ kN}$, $a = 1 \text{ m}$, $l = 2 \text{ m}$, $E = 206 \text{ GPa}$, 轴承 B 处的许用转角 $[\theta] = 0.5^\circ$ 。根据刚度要求确定轴的直径 d 。

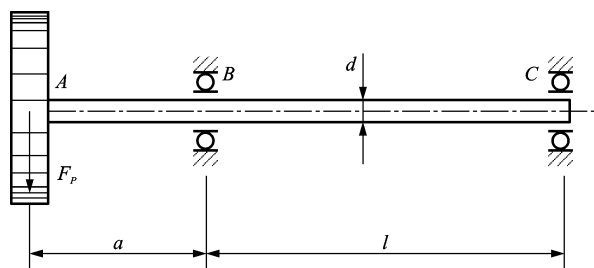


图 9.68 题目 2 图

【题目讲解】

根据要求, 圆轴必须具有足够的刚度, 以保证轴承 B 处转角不超过许用数值。

(1) 求得承受集中载荷的外伸梁 B 处的转角为:

$$\theta_B = \frac{Fal}{3EI}$$

(2) 由刚度条件确定轴的直径:

$$\theta_B \leq [\theta]$$

$$\frac{Fal}{3EI} \cdot \frac{180}{\pi} \leq [\theta] \rightarrow I \geq \frac{Fal \times 180}{3E\pi[\theta]}$$

$$\frac{\pi d^4}{64} \geq \frac{Fal \times 180}{3E\pi[\theta]}$$

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{64Fal \times 180}{3E\pi^2[\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{64 \times 20 \times 10^3 \times 2 \times 1 \times 180}{3 \times 206 \times 10^9 \times \pi^2 \times 0.5}}$$

$$= 111 \times 10^{-3} \text{ m} = 111 \text{ mm}$$

根据刚度条件, 直径 d 可取 111 mm 。

知识深化

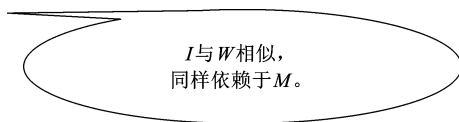
❖ 梁的合理刚度设计

理论依据 $w = \iint \frac{M(x)}{EI} dx$, $\theta = \int \frac{M(x)}{EI} dx$, 对比强度问题 $\sigma = \frac{M_y}{I}$ 或 $\sigma = \frac{M}{W}$ 。

(1) 与梁的合理强度设计的相似点。

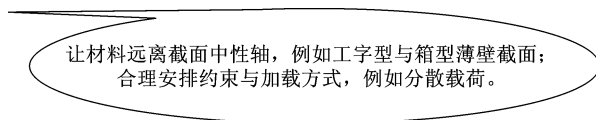
【提出问题】梁的合理刚度设计与合理强度设计的相似之处有哪些？

【学生回答】



【提出问题】为提高梁的弯曲刚度，应该采取什么措施？

【学生回答】



① 选择合理的截面形状，如图 9.69 所示。

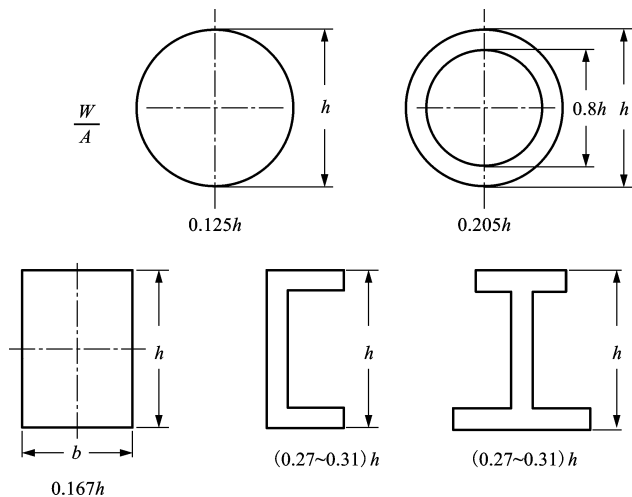


图 9.69 横截面的 W/A 值

【实践应用】如何将一根圆木加工成矩形截面梁，使之弯曲强度最高时 $h/b = ()$ ，弯曲刚度最高时 $h/b = ()$ ？（结果保留两位小数）

“凡梁之大小，各随其广分为三分，以二分为厚。”——北宋·李诫，《营造法式》

图 9.70 所示为我国古建筑中的矩形截面梁。

教学方法：对比法、归纳法、启发式教学法。

设计意图：从刚度条件出发，对比强度问题，总结归纳出梁的合理刚度设计与强度设计之间的相似之处，提出相应的提高弯曲刚度的措施。



图 9.70 我国古建筑中的矩形截面梁

设计意图：宋朝李诫《营造法式》中指出，矩形截面木梁的高宽比为 3 : 2 时，其结构更为合理。该值恰好在两个极值之间，可见我国古时匠人的聪明睿智，是值得我们引以为傲的。

【引出思政】我国古时匠人的聪明睿智，是值得我们引以为傲的。

②合理安排约束与加载方式，如图 9.71 所示。

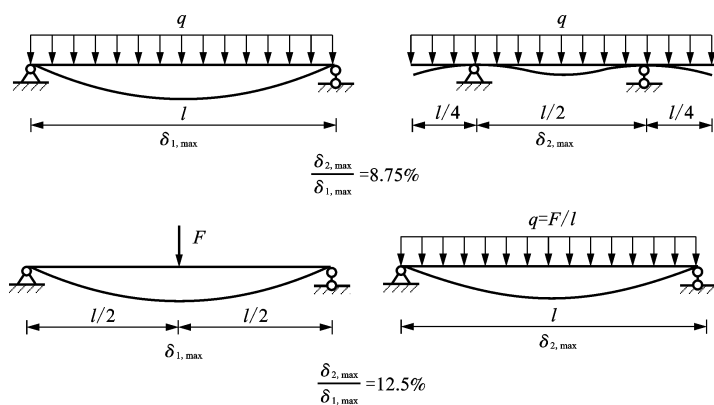


图 9.71 合理安排约束与加载方式

③增加约束，采用超静定结构，如图 9.72 所示。

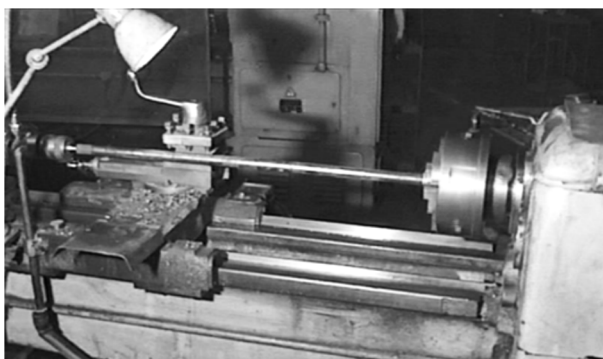


图 9.72 超静定结构

(2) 与梁的合理强度设计的不同点。

【提出问题】梁的合理刚度设计与合理强度设计不同之处有哪些？

【学生回答】

变形是要积分的，与整个梁有关，强度只需要考虑危险截面危险点。
梁的跨度对刚度的影响更大。

设计意图：从刚度条件出发，对比强度问题，总结归纳出梁的合理刚度设计与强度设计之间的不同，提出相应的提高弯曲刚度的措施。

①强度是局部量，刚度是整体量(积分)。小孔显著影响强度，但对刚度影响甚微。

辅梁、等强度梁是合理强度设计的有效手段，提高梁的刚度须整体加强。

②刚度对梁的跨度更敏感。

如图 9.73、图 9.74 所示。

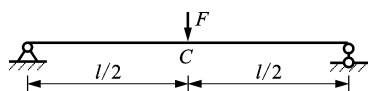


图 9.73 刚度对梁的跨度计算图(1)

$$M_{\max} = \frac{1}{4}Fl, \quad M_{\max} \propto l$$

$$w_{\max} = \frac{Fl^3}{48EI}, \quad w_{\max} \propto l^3$$

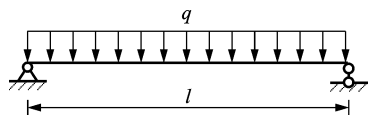


图 9.74 刚度对梁的跨度计算图(2)

$$M_{\max} = \frac{1}{8}ql^2, \quad M_{\max} \propto l^2$$

$$w_{\max} = \frac{5ql^4}{384EI}, \quad w_{\max} \propto l^4$$

梁跨度的合理选取(见图 9.75):

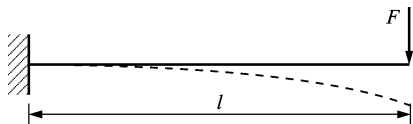


图 9.75 梁跨度的合理选取

$$\delta_{\max} = \frac{Fl^3}{3EI} \quad |M|_{\max} = Fl$$

例如: \$l\$ 缩短 20%, \$\delta_{\max}\$ 将减少 48.8%。

跨度微小改变, 将导致挠度显著改变。

③强度与材料的 \$\sigma_s\$ 和 \$\sigma_b\$ 相关, 刚度与 \$E\$ 相关。

高强度钢一般不能提高刚度(E)。

钢与合金钢: $E=200\sim 220\text{ GPa}$ 。

铝合金: $E=70\sim 72\text{ GPa}$ 。

案例分析

案例 1: 美国塔科马海峡大桥的改建(见图 9.76)。

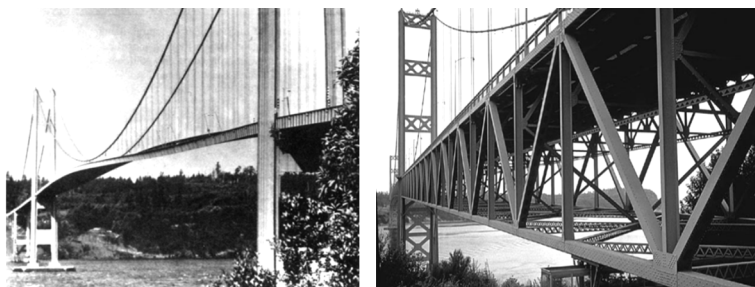


图 9.76 改建前后的塔科马海峡大桥

1940 年第一次修建的塔科马海峡大桥悬索桥桥面宽 11.9 m, 加劲钢梁高仅 2.74 m。1950 年利用旧桥墩改建新桥, 主跨不变, 钢塔架高 140.82 m, 桥面宽增至 18 m, 加劲桁梁高增至 10 m。

【提出问题】塔科马海峡大桥第一次修建中导致刚度不够的原因是什么?

【学生回答】

设计不合理;
为降低成本和美观改变设计……

【引出思政】要以严谨的科学态度对待工程问题, 坚守工匠精神; 科学理论的重要性, 科学理论与工程实践密切相关。

案例 2: 歌曲《众人划桨开大船》中有句歌词“一根筷子耶, 轻轻被折断, 十双筷子哟, 牢牢抱成团”。请从梁的弯曲强度和弯曲刚度的角度解释该现象。

【学生回答】

十双筷子抱成团增大了梁的截面直径, 从而增大了截面的惯性矩, 提高了梁的强度和刚度。

【实践应用】分别提高了多少倍呢?

【学生计算】略。

【引出思政】国家强大, 很重要的原因就是具有一股强劲的凝聚力。一

设计意图: 通过美国塔科马海峡大桥的失败案例分析, 引导学生发现工程师的重要性, 引出思政教育。

设计意图: 通过歌词中蕴含的力学原理, 告诉学生一个国家、一个民族要强大, 必须团结奋进, 合作共赢。

个国家，一个民族，需要团结奋进，合作共赢。

◆ 思政育人

(1) 要有民族自豪感和文化自信。宋朝李诫在《营造法式》中指出，矩形截面木梁的高宽比为 3:2 时，其结构更为合理，该值恰好在矩形木梁强度最佳和刚度最佳的高宽比极值之间。尽管我国古代没有完整的力学体系，但设计者能够实践得出这种合理的比值关系，可见我国古时匠人的聪明睿智，是值得我们引以为傲的。

(2) 要坚守工匠精神：敬业、精益、专注、创新。通过美国塔科马海峡大桥案例分析，明白坚守工匠精神的重要性，在今后的职业生涯中也要做到敬业、精益、专注、创新。

(3) 要团结奋进，合作共赢。听歌曲《众人划桨开大船》，引导学生用梁的弯曲强度和弯曲刚度的知识解释歌词“一根筷子易折，十双筷子难断”。因此，国家强大，很重要的原因就是具有一股强劲的凝聚力。一个国家，一个民族，需要团结奋进，合作共赢。

◆ 归纳小结作业布置

(1) 小结：请同学们总结本节课内容。

梁的刚度条件： $|w|_{\max} \leq [w]$ ， $|\theta|_{\max} \leq \theta$ 。

提高梁弯曲刚度的措施。

(2) 课后作业：6.15、6.42(《材料力学》第 6 版，刘鸿文主编)。

(3) 课后创新与制作：纸质 T 形结构模型设计。

总结梳理

消化巩固

▶ 板书设计

板书设计如图 9.77 所示。

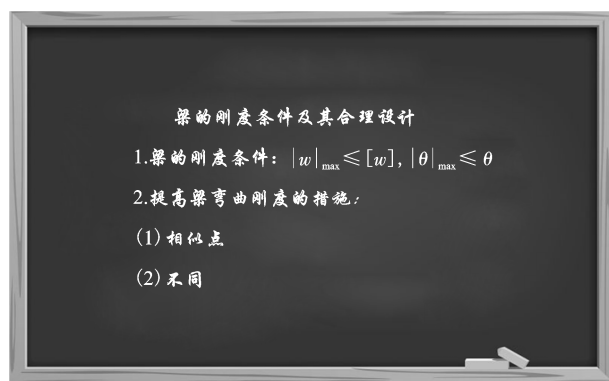


图 9.77 板书设计

教 学 反 思

本节课的重点是梁的刚度计算和合理刚度设计。通过美国塔科马海峡大桥的失败实例,引出刚度条件,并通过习题练习的方式掌握梁的刚度计算。依据梁的刚度条件,提出提高梁弯曲刚度的措施,并与提高梁弯曲刚度的措施进行对比和分析。

课堂上以引导学生和学生练习为主,充分体现了老师的主导作用和学生的主体作用,教学效果反馈很好,学生动手练习是加深巩固知识点和反馈问题的最佳途径。