

## 9.5

## 压杆稳定的概念及两端铰支细长压杆的临界压力

基本信息			
教学主题	压杆稳定的概念及两端铰支细长压杆的临界压力	课时安排	1课时(45分钟)
所在章节	第9章 压杆稳定/9.1 压杆稳定的概念、9.2 两端铰支细长压杆的临界压力		

## ▶ 【教学目标】

## ❖ 知识目标

- (1)能说出压杆稳定和失稳的概念。
- (2)能推导出细长压杆临界压力的欧拉公式。

## ❖ 技能目标

能熟练运用欧拉公式进行工程结构分析与设计。

## ❖ 思政目标

- (1)能以中国的伟大成就为傲,热爱祖国。
- (2)作为一名工程师,能够有责任心,有担当意识。
- (3)能以严谨的科学态度对待工程问题,能坚守工匠精神。

## ▶ 【教学方法】

采用案例法和问题统领式教学法为主,辅助以演示法和类比法实施教学。

## ▶ 【教学重点与难点】

重点:(1)压杆失稳与强度问题的区别;(2)两端铰支细长压杆临界压力的推导和计算。

难点:两端铰支细长压杆临界压力的推导和计算。

## ▶ 【教学思路和方法设计】

## ❖ 内容分析

本节课重点介绍压杆稳定和失稳的概念,以及两端铰支细长压杆临界压力欧拉公式的推导。两端铰支细长压杆临界压力欧拉公式的推导是本节课的教学重点和难点,也是后续其他支撑条件下临界压力推导的重要基础,在工程结构稳定性设计中具有十分重要的意义。

#### ❖ 学情分析

稳定性是与强度、刚度并列的概念,与强度和刚度相比,学生对稳定性的接触比较少,相对而言也不容易接受。如何让学生理解稳定性,认识稳定性与强度的区别是课堂需要解决的实际问题。因而在讲解时应充分用视频、案例、实验演示,尽可能使其形象化、具体化。

#### ❖ 教学设计思路

本节采用案例法和问题统领式教学法为主,辅助以演示法和类比法实施教学。以魁北克大桥的第一次失败案例引出压杆稳定,再结合案例中压杆稳定的合理设计与不合理设计的认知分析,引出压杆稳定的理论分析和两端铰支细长压杆临界压力的推导。通过精心设计,层层引申,环环相扣,前后呼应,启发引导,以突出重点,突破难点。具体设计如下:

(1)引入魁北克大桥案例,引导学生总结大桥第一次失败的原因,引出压杆稳定问题和本节课的教学目标。

(2)通过历史文物建筑中压杆稳定的合理设计和建筑工地脚手架不合理设计引起的失稳事故对比,引导学生认识实际工程中压杆稳定性的重要性。

(3)设计两根钢丝受压的实验,通过直观的实验演示,让学生形象地理解压杆稳定和失稳现象,并认识强度和稳定性区别。

(4)通过案例分析和实验演示,引导学生从认知的层面说出影响压杆稳定的因素,激发学生通过理论分析进行验证,引出压杆稳定的理论分析。

(5)从理论力学知识中的刚体平衡的稳定性,到刚体—弹簧系统的平衡稳定性,再到受压弹性细长杆的稳定性;层层引申,环环相扣,使学生由浅入深、由表及里地逐步接受和理解压杆稳定的概念;引导学生一步步推导出两端铰支细长压杆临界压力的欧拉公式。

(6)回到前面的案例,引导学生运用欧拉公式分析案例,从认知层面的理解,到严谨科学的分析,加深学生对压杆稳定及其临界压力欧拉公式的理解与应用。

(7)再回到魁北克大桥的失败案例,强调除知识和技能的掌握外,人为因素也至关重要;引导学生在今后的工作中要有担当、负责任,能够以严谨的科学态度对待工程问题,能够坚守工匠精神;完成思政目标。

(8)举例我国近几年的重大工程的完美建成,引导学生以我国的伟大成就为傲,热爱祖国。

(9)引入有效利用屈曲的前沿科学研究案例,通过其中有趣、巧妙的设计激发学生的创新想法,让学生体会到用传统知识解决前沿问题的巧妙。

(10)引导学生进行课堂总结,为帮助学生消化巩固和学会举一反三,课后作业由课后习题和课后讨论组成。

# 教 学 过 程

## ◆ 课堂导入(4 分钟)

【知识回顾】材料力学的任务是什么？

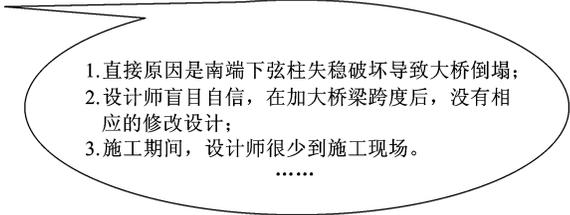
【学生回应】构件要满足强度、刚度和稳定性要求。

【引出内容】强度和刚度在前面的章节中已经学习过，这节课我们将学习稳定性问题——压杆稳定。

【观看视频】加拿大魁北克大桥的介绍。

【提出问题】结合课后作业(查看魁北克大桥的相关资料)和视频介绍，请学生说出魁北克大桥第一次失败的原因。

【学生回答】

- 
1. 直接原因是南端下弦柱失稳破坏导致大桥倒塌；
  2. 设计师盲目自信，在加大桥梁跨度后，没有相应的修改设计；
  3. 施工期间，设计师很少到施工现场。
- .....

【归纳小结】学生回答的原因可以归为三类：

- (1) 失稳破坏。
- (2) 设计不合理。
- (3) 设计师不负责任。

【引出教学目标】这三类问题的解决对应的正是本节课的三个教学目标：知识目标、技能目标和思政目标。

## ◆ 新课展开(10 分钟)

### ❖ 压杆稳定的提出

欧拉(1707—1783)首先在1744年从理论上研究了压杆稳定问题(Euler理论)。

然而，早在11世纪，我国的历史文物中已经体现了压杆稳定性的合理设计，比欧拉早了700多年。

案例1：宁波保国寺大殿中的立柱(1013年)(见图9.78)。

设计意图：通过材料力学任务的回顾，引出稳定性问题，突出稳定性是与强度和刚度并列的概念。

教学方法：多媒体教学法、启发式教学法、设问法。

设计意图：通过视频学习和课前准备，让学生从实际工程问题中接触压杆稳定和失稳现象，引出新知识点，激发学生的好奇心和求知欲。

同时，也让学生意识到工程师的重要性。

教学方法：案例法、设问法。

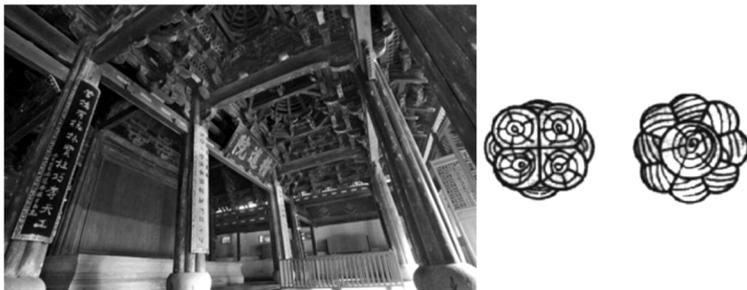


图 9.78 宁波保国寺大殿中的立柱及其横截面

【提出问题】试着说说立柱的设计与稳定性有什么关联?

【学生回答】

立柱横截面的尺寸和形状与稳定性相关。

案例 2: 山西应县木塔的结构设计(1056 年)(见图 9.79)。

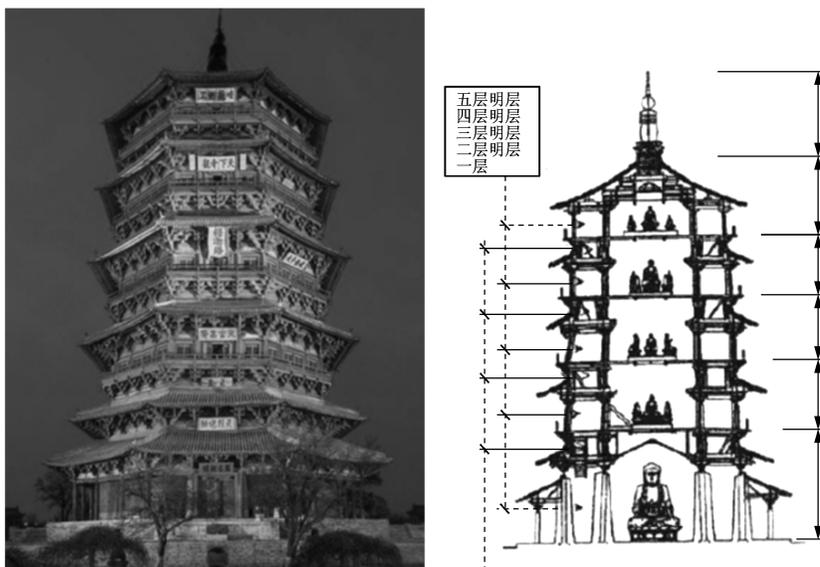


图 9.79 山西应县木塔及其结构

【提出问题】试着说说木塔的设计与稳定性有什么关联?

【学生回答】

柱子的长度与稳定性相关。

【引发思考】如果稳定性设计不合理,其结果会如何?

案例 3: 北京建筑工地上脚手架压杆失稳引起的事故(见图 9.80)。

设计意图: 通过案例 1 和案例 2 的分析, 引导学生发现历史文物建筑中的精华, 发掘稳定性相关的合理设计。

设计意图: 通过工程事故案例 3 的分析, 引导学生认识到压杆稳定性的重要性以及工程师在工程问题中的重要角色。



图 9.80 北京建筑工地上的脚手架

【提出问题】压杆稳定理论已经成熟，为什么还会发生失稳引起的破坏呢？

【引出思政】学生大多会从工程师、施工人员的角度提出原因，以此引出思政，让学生意识到作为工程师在工程问题中的重要性；应当坚守工匠精神，对待工程问题要精益求精，确保万无一失。

【思考】什么是失稳？

【实验演示】如图 9.81 所示，观察材料相同，横截面相同，长度不同的两根钢丝的承载能力。钢丝一端固支一端自由，在其自由端加载两个质量不同的重物。

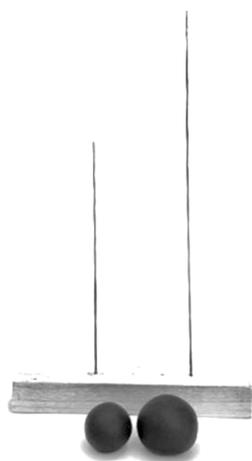


图 9.81 实验演示图

实验现象：较短钢丝可以安全承载；较长钢丝可以安全承载较小重物，承载较大重物时发生了明显的弯曲变形。这显然不是强度问题，而是稳定性问题。

【提出问题】引起钢丝发生弯曲变形的原因有哪些？

【学生回答】

设计意图：通过直观的实验演示，让学生形象地理解压杆稳定和失稳现象，并认识强度和稳定性区别。

设计意图：通过原因的分析，让学生意识到压杆稳定在工程问题中的意义和重要性。

1. 钢丝的轴线不是绝对直的。
2. 加载的重物不是沿着轴线方向的。
3. 存在空调风等横向干扰。

【引出内容】以上因素在工程问题中是无法避免的，在这些干扰的影响下，杆件是否能够继续安全承载？这就是本节课要学习的压杆的稳定性问题。较长钢丝的弯曲就是失稳现象。

【提出问题】由以上案例，大家认为影响压杆稳定的因素有哪些？

【学生回答】

- 长度、横截面、材料、弯曲刚度、支撑条件。

【引出内容】是否是这些因素呢？具体怎么影响呢？接下来从理论上分析压杆稳定。

### ◆ 知识深化(20 分钟)

#### ❖ 压杆稳定的概念

(1) 刚体的平衡稳定性。

通过受力分析讨论小球在微小干扰下的稳定性，引出稳定平衡、临界(随遇)平衡和不稳定平衡三种平衡状态(见图 9.82)。

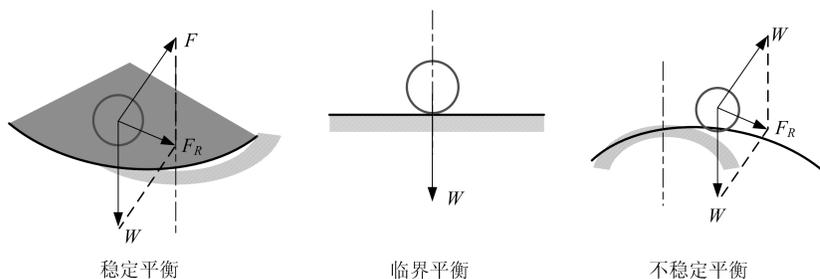


图 9.82 小球三种平衡状态下的受力分析图

(2) 刚杆-弹簧系统的平衡稳定性。

【动画演示】刚杆-弹簧系统也存在三种稳定性状态。

【现象分析】请学生对干扰后的刚杆-弹簧系统中的刚杆进行受力分析。

由受力分析找出驱动力矩和恢复力矩，解释演示现象，并由临界平衡(见图 9.83)状态推导出临界压力值：

$$F_{cr} = kl$$

设计意图：通过案例分析和实验演示，让学生从认知层面说出影响压杆稳定的因素，再通过后续的理论分析进行验证。

教学方法：类比法、动画演示法、启发式教学法。

设计意图：从理论力学知识中的刚体平衡的稳定性，到刚体-弹簧系统的平衡稳定性，再到受压弹性细长杆的稳定性；层层引申，由浅入深，引导学生总结出压杆稳定、失稳(屈曲)和临界压力的概念。

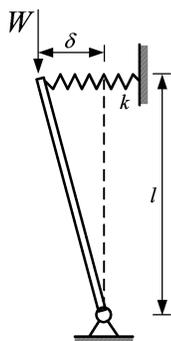


图 9.83 刚杆-弹簧系统的临界平衡

(3) 受压弹性细长杆的平衡稳定性。

【动画演示】请学生演示受压弹性细长杆的三种稳定性状态 (见图 9.84)。

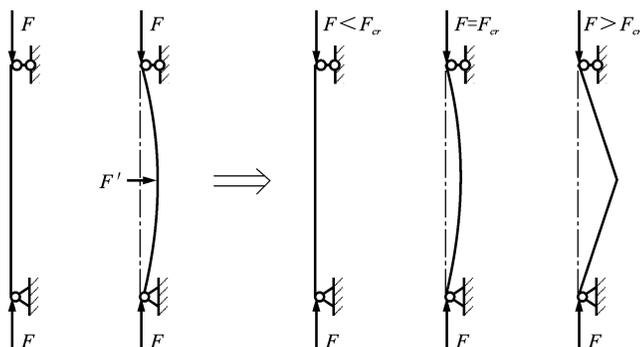


图 9.84 受压弹性细长杆的三种稳定性状态

【知识归纳】通过上述演示和分析,引导学生总结出压杆稳定、失稳(屈曲)和临界压力的概念。

压杆的稳定——理想压杆能保持其原有直线平衡状态的能力。

失稳(屈曲)——压杆丧失其稳定平衡状态而过渡到不稳定平衡状态的现象。

临界压力( $F_{cr}$ )——压杆所具有的维持稳定平衡能力的一个力学指标。

【引发思考】如何求得受压弹性细长杆的临界压力?

引导:通过刚杆-弹簧系统的受力分析,引导学生对受压弹性细长杆进行受力分析,找出相应的驱动力矩和恢复力矩。

引导中针对难点问题(受力分析中需要考虑变形,这与前面强度分析中受力分析不考虑变形不同)给予提示。

#### ❖ 两端铰支细长压杆临界压力的欧拉公式

引导学生一步步推导出临界压力的欧拉公式,掌握重点;对临界微弯状态下的两端铰支细长压杆进行受力分析(见图 9.85、图 9.86)。

设计意图:引导学生将刚杆-弹簧系统的临界压力的推导思路应用到受压弹性细长杆的临界压力推导中;学生通过推导能深刻认识到知识点的难点和重点。

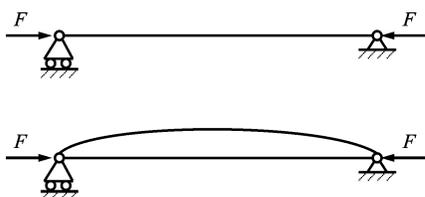


图 9.85 两端铰支细长压杆的临界平衡

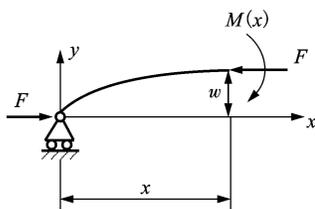


图 9.86 受力分析

得到驱动力矩  $Fw$ 、恢复力矩  $M(x)$ ，结合弯曲的挠曲线近似微分方程  $\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}$ ，得到压杆稳定微分方程

$$\frac{d^2w}{dx^2} + k^2w = 0 \quad (k^2 = \frac{F}{EI})$$

【学生推导】请一位同学在黑板上演示求解过程。

联立位移边界条件  $\begin{cases} x=0, w=0 \\ x=l, w=0 \end{cases}$ ，存在非零解的条件  $\sin kl = 0 \rightarrow F = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} (n=1, 2, \dots)$ ，取  $n=1$ ，得到两端铰支细长压杆临界压力的欧拉公式：

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

【学生互动】针对上面学生的推导过程，其他学生提出疑问并相互解答、讨论。

回应前面的提问：由欧拉公式可知，影响压杆稳定的因素有长度和弯曲刚度（横截面惯性矩、材料弹性模量）。

注意：这里没有体现支撑条件的影响，其他支撑条件下的临界压力作为课后作业完成。

### ◆ 案例分析(7 分钟)

#### ❖ 案例分析

【知识抢答】分两组进行知识抢答比赛。

规则：每次抢答只能答一题，答对得 1 分，答错扣 1 分，最终得分高者赢。

主题：依据欧拉公式分析和讨论以下案例中压杆稳定性设计中的合理与不合理之处。

设计意图：由理论推导出的欧拉公式中得到影响压杆稳定的因素，与之前的想法对比验证，加深认识。

案例 1: 宁波保国寺大殿中的立柱。

案例 2: 山西应县木塔。

案例 3: 北京建筑工地的脚手架失稳。

【抢答小结】对学生的知识抢答进行点评, 并对学生没有提到的进行补充说明。

【引发思考】学习好理论知识和技能, 是否就能避免失稳事故的发生呢?

【案例回看】回看加拿大魁北克大桥的两次失败案例。

【引出思政】通过魁北克大桥成功建成前的两次失败案例分析, 再次引导学生体会出工程师的重要性, 引出思政教育。

(1) 工程师应当谨记自己对公众和社会的责任与义务。

(2) 工程师应当以严谨的科学态度对待科学问题。

(3) 工程师应当坚守工匠精神。

【成功案例】通过我国近几年来重大工程的成功案例, 验证以上思政内容, 学生深刻体会工匠精神的含义: 敬业、精益、专注和创新。

案例 4: 港珠澳大桥(超大型跨海通道)(见图 9.87)。



图 9.87 港珠澳大桥

案例 5: 中国北盘江第一桥(世界第一高桥)(见图 9.88)。



图 9.88 中国北盘江第一桥

教学方法: 案例法、设问法、启发式教学法。

设计意图: 通过知识抢答比赛的形式, 激发学生的兴趣, 促使学生运用欧拉公式从案例中挖掘更多知识点的相关应用。

设计意图: 通过魁北克大桥建设中的两次失败, 引导学生发现工程师的重要性, 引出思政教育。

设计意图: 通过港珠澳大桥和北盘江大桥的成功案例, 引导学生以我国伟大成就为傲, 热爱祖国。深化工匠精神(敬业、精益、专注、创新)的重要性。

## ◆ 前沿科学(2分钟)

### ◆ 知识拓展

前沿科学研究中的屈曲问题——如何有效地利用屈曲？

图 9.89 所示为薄壁结构的屈曲。

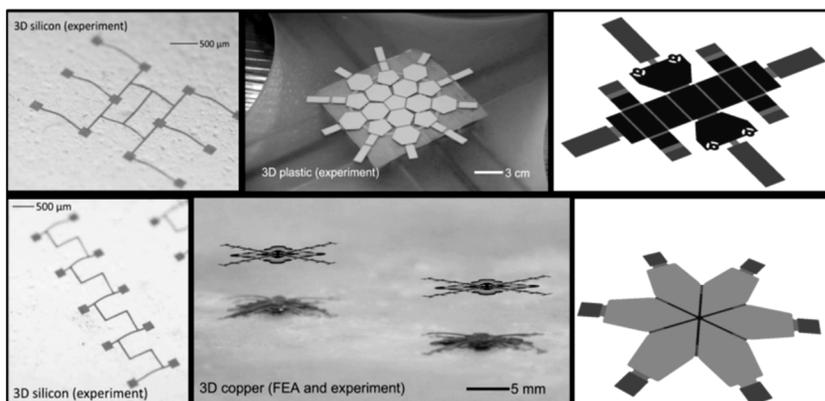


图 9.89 薄壁结构的屈曲

弯曲的薄壁复杂三维结构在小尺度上很难制造，通过设计，巧妙地利用平面结构的平面外屈曲，可以实现薄壁复杂三维微观结构的微加工。将二维结构附着在一个受预拉力的基底上，基底的松弛导致图案材料屈曲，形成三维结构。

## ◆ 思政育人

(1) 要有自豪感和文化自信。对于压杆稳定概念的提出，教科书上是欧拉首先在 1744 年从理论上研究了压杆稳定问题。然而，早在我国的历史记录中已经体现了压杆稳定性的合力设计。以宁波保国寺大殿中的立柱和山西应县木塔为例，学生通过讨论进行案例分析，从中深刻体会中国几千年的璀璨文明和中华文明的源远流长。

(2) 要有责任和担当意识。通过魁北克大桥建设过程中的两次失败案例分析，让学生明确材料力学是与工程实践紧密结合的一门科学，它的理论是从实际中来，又应用于工程实践的。通过事故原因的分析，让学生明确作为一名工程师对于公众和社会的责任与担当。

(3) 要坚守工匠精神：敬业、精益、专注、创新。从魁北克大桥的建设过程，北京建筑工地脚手架压杆失稳事故到如今我国的重大工程，如超大型跨海通道港珠澳大桥和世界第一高强北盘江大桥的完美建成，使学生明白坚守工匠精神的重要性，在今后的职业生涯中也要做到敬业、精益、专注、创新。

教学方法：案例法、启发式教学法。

设计意图：通过前沿科学研究介绍，激发学生灵活运用知识，培养学生的创新意识，用传统的知识解决前沿问题。

## ◆ 归纳小结作业布置(2分钟)

(1)小结:请同学们总结本节课的内容,强调重点和难点。

- ①压杆的稳定。
- ②压杆失稳(屈曲)。
- ③临界压力。
- ④两端铰支细长压杆临界压力的欧拉公式。

(2)课后作业:9.5, 9.10(《材料力学》第6版,刘鸿文主编)

(3)课后讨论(为下节翻转课堂准备)。

①其他支座条件下细长压杆的临界压力欧拉公式,如一端固定约束,另一端自由;一段固定约束,另一端铰支约束;两端都是固定约束。

- ②欧拉公式的适用条件,如细长杆的界定。
- ③查找相关的工程案例并进行分析和讨论。

总结梳理  
消化巩固

举一反三  
知识拓展  
理论与实践相结合  
能力提升

## ▶ 板书设计

板书设计如图9.90所示。



图9.90 板书设计

## 教 学 反 思

本节课重点介绍压杆稳定的概念以及两端铰支细长压杆临界压力的推导。由魁北克大桥的失败案例引出压杆稳定的提出;从古建筑中压杆稳定的合理设计转变到失稳事故案例,突出压杆稳定的工程意义。小实验演示直观地区分了压杆稳定和强度;理论分析的层层引申,环环相扣,使学生由浅入深地逐步接受和理解压杆稳定的概念,引导学生一步步推导出两端铰支细长压杆临界压力的欧拉公式。通过案例分析,引导学生将欧拉公式应用到案例分析中,形成一个闭环设计,达到理论与实践的完美结合。课时安排紧凑,效果很好。可以继续提高的地方是,针对影响压杆稳定的影响因素,如果设计几个操作简易的对比实验,效果会更好。