

运筹学习题解答

第 7 章 图论

7.1 写出图 7-50 (a)、(b) 的关联矩阵和邻接矩阵

解：此题主要考察关联矩阵和邻接矩阵的构成关系，其中关联矩阵是表达顶点和边的关系，而邻接矩阵是表达顶点和顶点的关系，因此图 7-50 (a)、(b) 的关联矩阵和邻接矩阵分别是：

表 1 图 7-50 (a) 关联矩阵

	V1-V2	V1-V4	V1-V5	V2-V3	V2-V4	V3-V4	V3-V5	V4-V5
V1	5	3	7	0	0	0	0	0
V2	5	0	0	1	5	0	0	0
V3	0	0	0	1	0	3	1	0
V4	0	3	0	0	5	3	0	2
V5	0	0	7	0	0	0	1	2

表 2 图 7-50 (a) 邻接矩阵

	V1	V2	V3	V4	V5
V1	0	5	0	3	7
V2	5	0	1	5	0
V3	0	1	0	3	1
V4	3	5	3	0	2
V5	7	0	1	2	0

表 3 图 7-50 (b) 关联矩阵

	V1-V2	V1-V3	V2-V1	V2-V3	V2-V4	V3-V4
V1	1	3	-2	0	0	0
V2	-1	0	2	5	5	0
V3	0	-3	0	-5	0	-4
V4	0	3	0	0	-5	4

表 4 图 7-50 (b) 邻接矩阵

	V1	V2	V3	V4
V1	0	1	3	0
V2	2	0	5	5
V3	0	0	0	0
V4	0	0	4	0

7.2 有 10 名研究生参加 6 门课程的考试，由于选修的课程不同，考试的门数也不一样。表 7-8 给出了每个研究生应参加考试的课程（打√号）。规定考试在三天内进行，每天上午下午各安排一门课，每个人每天最多考一门，又课程 A 必须安排在第一天上午考，课程 B 只能安排在下午考，试列出一张满足上述要求的考试日程表。

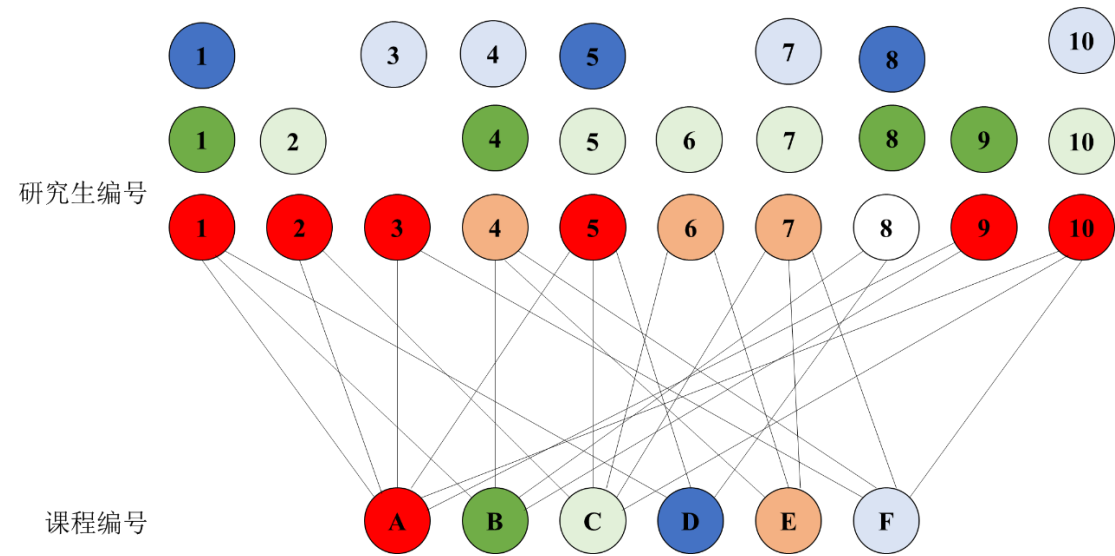
表 7-8

研究生编号 \ 课程	A	B	C	D	E	F
1	√	√		√		
2	√		√			
3	√					√
4		√			√	√
5	√		√	√		
6			√		√	
7			√		√	√
8		√		√		
9	√	√				
10	√		√			√

解：根据题意可知，可以采用图着色问题进行求解：

第 1 步：构建图

将研究生编号、课程编号分别作为节点，将他们的考试需求作为边，构建一个无向图，具体如下：



第 2 步：确定考试时间

课程 A 必须在第一天上午考。

课程 B 只能在下午考。

第 3 步：图的着色算法

需要对图进行着色，使得每个研究生每天最多考一门，并且满足上述时间要求。可以使用贪心算法来尝试着色。

第 4 步：构建日程表

根据着色结果，可以构建一个日程表。例如：

时间/日期	上午课程	下午课程
第一天	A	E
第二天	C	B
第三天	D	F

其中红色表示第一天上午，橙色表示第一天下午，浅绿为第二天上午，深绿为第二天下午，蓝色为第三天上午，浅蓝为第三天下午。

7.3 图 7-51 表示某生产队的水稻田，用堤埂分割为许多小快，为了使水灌溉到每小块稻田，需要挖开一些堤埂，试用图论的方法确定需挖堤埂的最少条数。

7.4 用破图法和避图法求图 7-52 所示的最小生成树和最大生成树。

7.5 有 10 个城市（用 v_1 - v_{10} 表示），其铁路网如图 7-53 所示，弧旁的数字表示该段铁路的长度，现有一批货物要求从 v_1 运到 v_{10} ，问走哪条路最短。

7.10 如图 7-56 所示，从三口油井 A、B、C 经管道将油输至脱水处理厂 G 和 H，中间经 D、E、F 三个泵站。已知图中弧旁数字为各管道通过的最大能力（单位： t/h ），求从油井每小时能输送到处理厂的最大流量，若要提高该网络的输油能力，应首先考虑哪根（些）管道的可能改造最有效？

7.11 已知某运输网络如图 7-57 所示，求该网络的最大流和最小截（截集和截量）（弧上数字为容量和初始可行流）。

7.12 求如图 7-58 所示的网络最小费用最大流（弧上数字为单位费用和容量）。

7.13 求图 7-58 所示网络的流值为 8 的最小费用流。

7.14 某单位招懂俄、英、日、德、法文的翻译各一人，有 5 人应聘，已知乙懂俄文，甲、乙、丙、丁懂日文，乙、戊懂德文，问这 5 个人是否都能得到聘书？最多几个得到招聘，招聘后每人从事哪一方面翻译任务？

7.15 表 7-11 给出某运输问题的产销平衡与单位运价，将此问题转化为最小费用最大流问题，画出网络图并求数值解。

7.16 某邮递员的投递范围的路线如图 7-59 所示，其中 **M** 为邮局，试求邮递员从邮局 **M** 出发经过所有路段然后回邮局的最优投递路线及相应路线的总长度。

7.17 试将图 7-60 中求从点 v_1 - v_7 的最短路问题归结为求解整数规划问题，具体说明整数规划模型中的变量、目标函数和约束条件的含义。