



中南大學
CENTRAL SOUTH UNIVERSITY

矿业系统工程

资源与安全工程学院
采矿工程系 杨珊 副教授



生活中的评价:

评论衣服, 鞋

评论食堂的伙食

评论你的同学, 老师, 学校

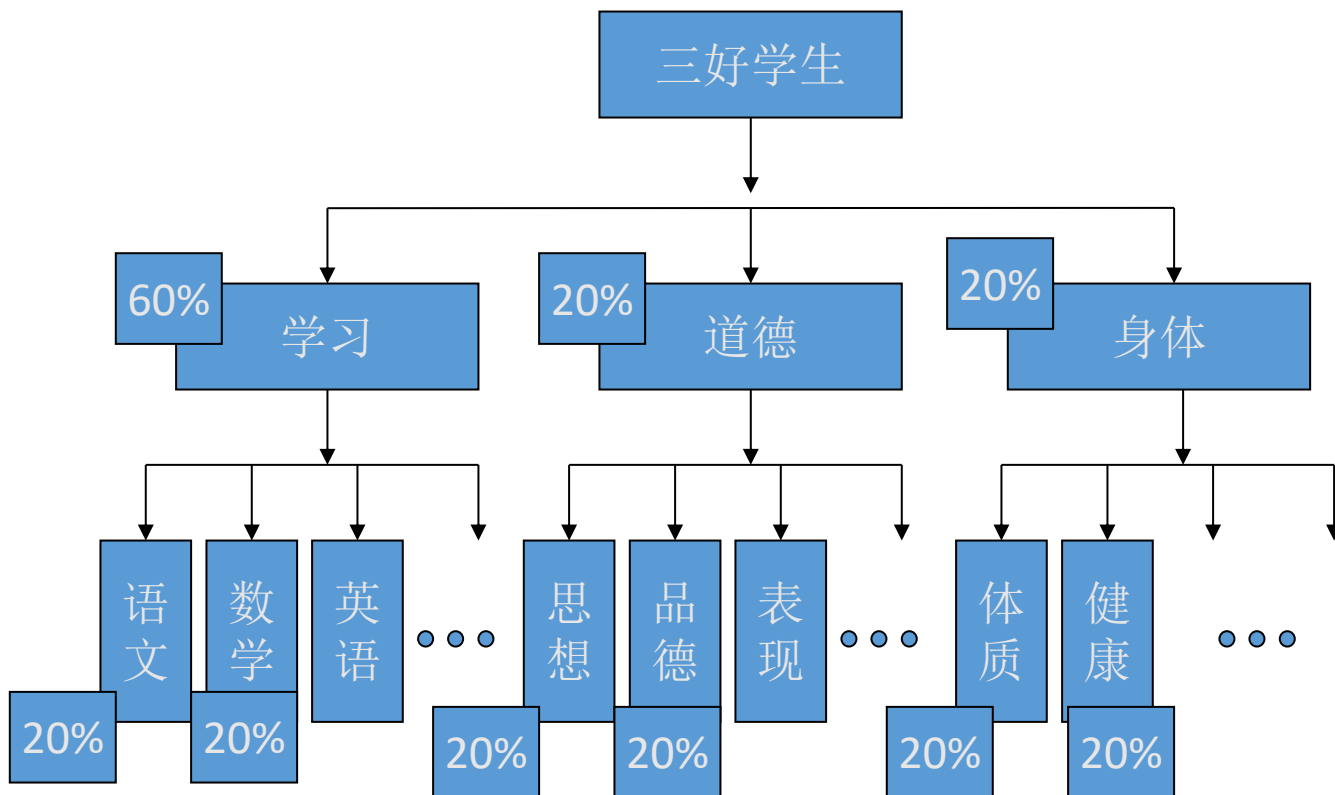
评论中国男足、中国女足

评论奥运会的效益

...



评价的标准





主要内容

第一节 系统评价原理

第二节 关联矩阵法

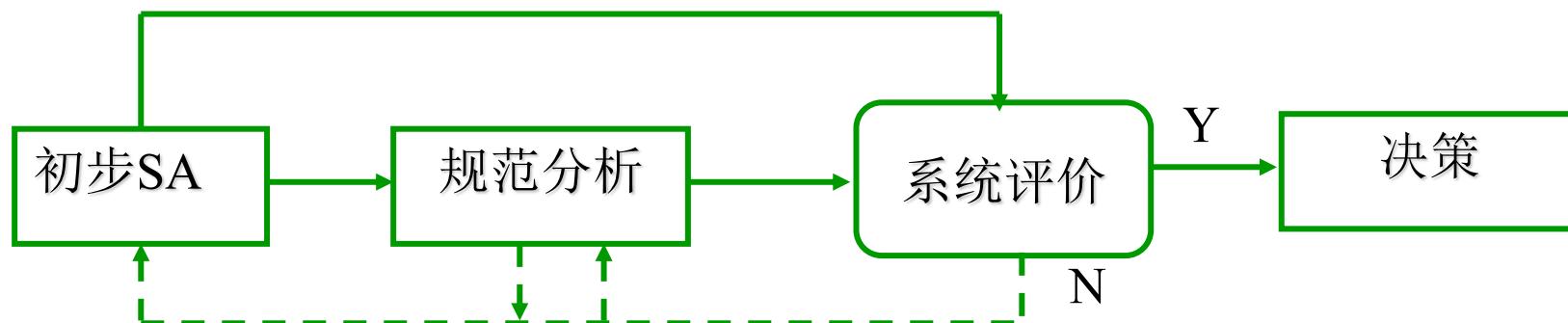
第三节 层次分析法 (AHP)

第四节 模糊综合评判法

第一节 系统评价原理

一、意义

系统评价在系统工作中是一个非常重要的问题，尤其对各类重大管理决策是必不可少的。它是决定系统方案“命运”的一步重要工作，是决策的直接依据和基础。



第一节 系统评价原理

二、概念

一杯水和一颗钻石哪个更有价值？



系统评价就是全面评定系统的价值，是对系统方案满足系统目标程度的综合分析及判定。

价值通常被理解为评价主体根据其效用观点对于评价对象满足某种需求的认识，它与评价主体、评价对象所处的环境状况密切相关。

第一节 系统评价原理

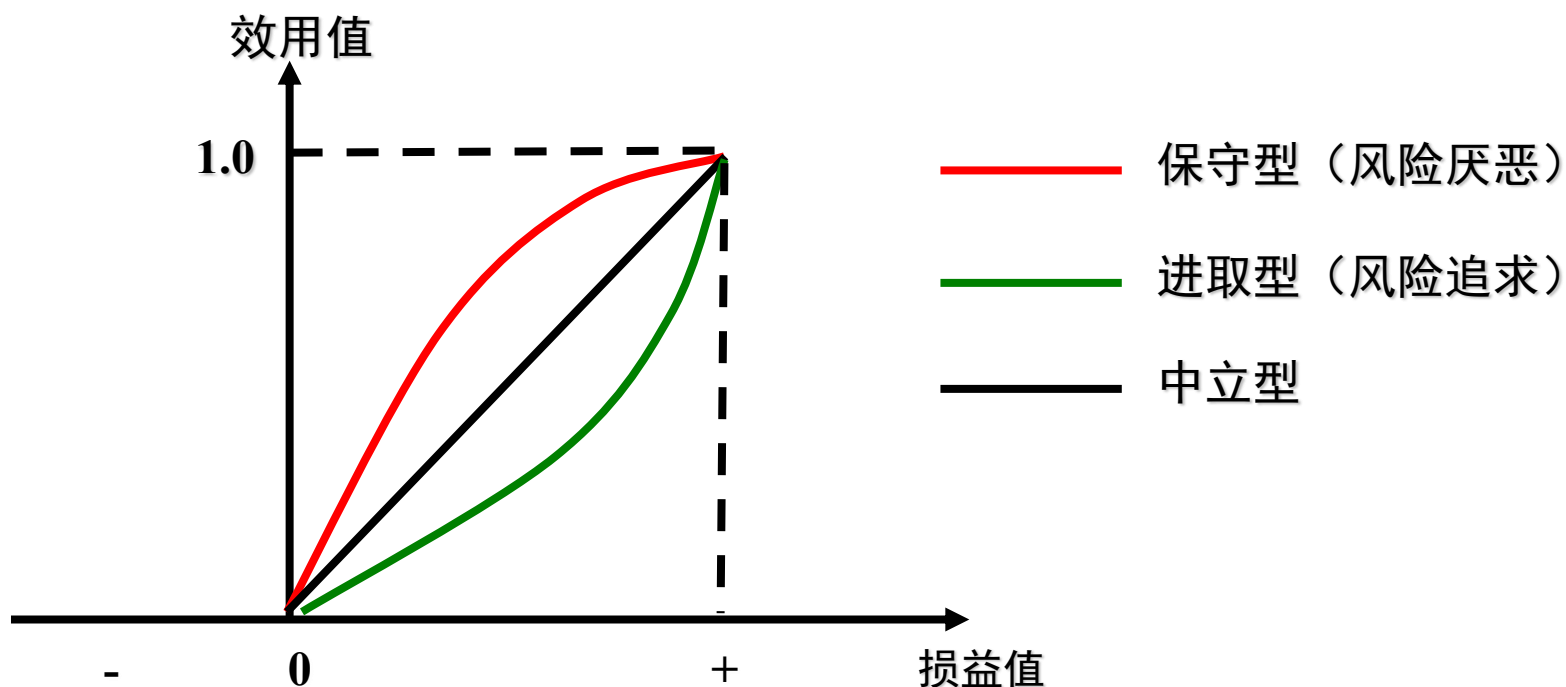
二、概念

系统评价问题是由评价对象(What)、评价主体(Who)、评价目的(Why)、评价时期(When)、评价地点(Where) 及评价方法(How)要素(5W1H)构成的问题复合体。

- **评价对象**是指接受评价的事物、行为或对象系统，如待开发的产品、待建设或建设中的项目等。
- **评价主体**是指评定对象系统价值大小的个人或集体。

第一节 系统评价原理

■对不同损失期望值，不同决策者的态度不一定相同。这由其不同素质、心理、处境、对未来的期望等决定。决策者对于利益和损失的独特的兴趣、感觉或反应，叫做**效用**。它代表了决策者对于风险的态度。效用函数至少有以下三类：



第一节 系统评价原理

二、概念

- **评价目的**是指接受评价的事物、行为或对象系统，如待开发的产品、待建或建设中的项目等。系统评价是为了系统达到最优，对决策支持、决定行为说明和问题分析等作用。
- **评价时期**即系统评价在系统开发全过程中所处的阶段，包含期初评价、期中评价、期末评价、跟踪评价。
- **评价地点**有两方面的含义：
 - ✓ 指评价对象所涉及的及其占有的空间，或称评价的范围；
 - ✓ 指评价主体观察问题的角度和高度，或称评价的立场。

第一节 系统评价原理

二、概念

评价方法 (How)

- 费-效分析法
- 关联矩阵法
- 层次分析法
- 网络分析(ANP) 法
- 模糊综合评判法
- 数据包络分析(DEA)法



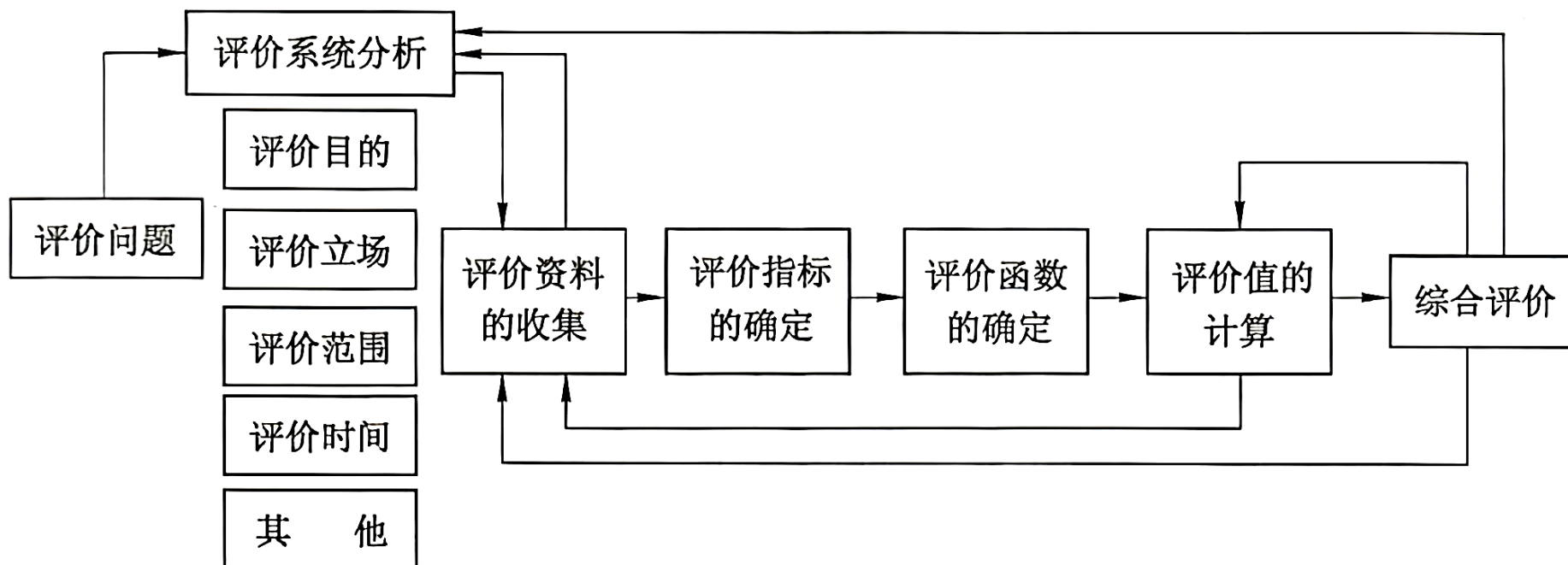
以经济分析为基础



多指标的评价和定量与
定性分析相结合

第一节 系统评价原理

三、系统评价的步骤



第一节 系统评价原理

系统评价的复杂性

复杂系统常常需要实现多个目标，而且需要给出定量依据，存在如下**困难**：

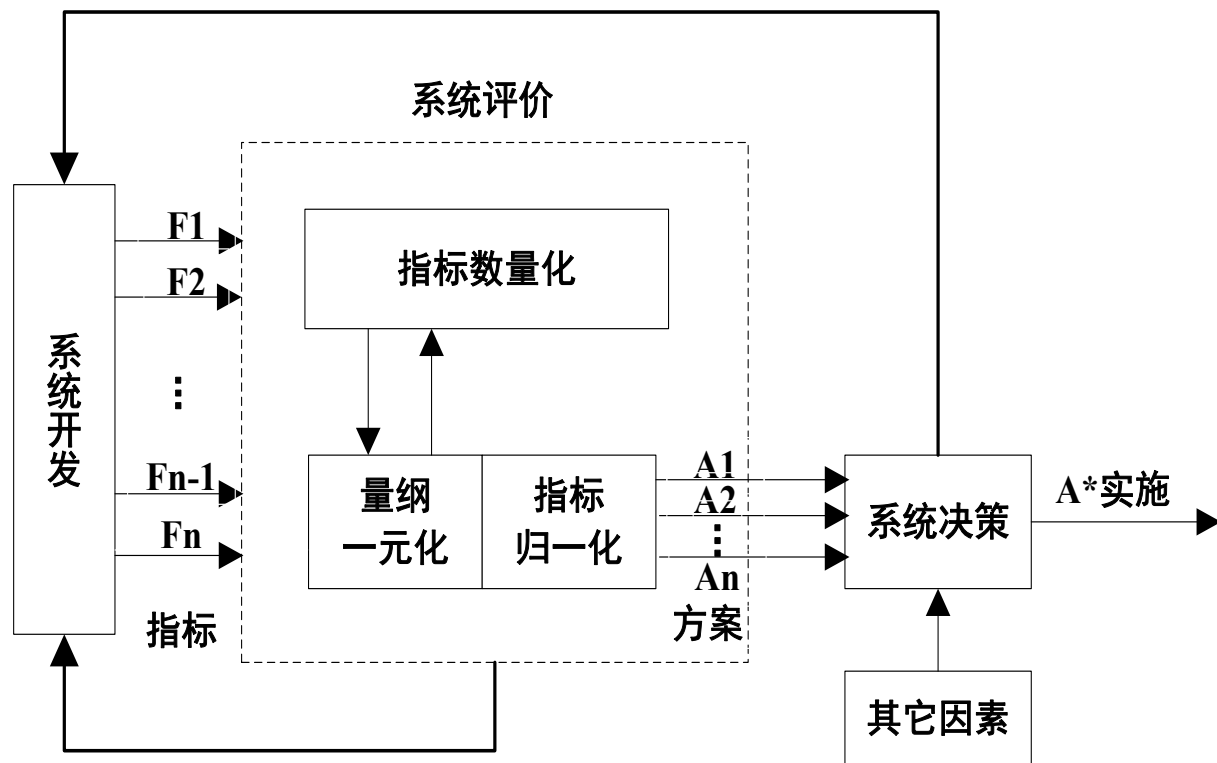
- ✓ 有的指标难以数量化；
- ✓ 不同指标可能存在矛盾，方案之间各有所长而难取舍；
- ✓ 评价指标和结果易受评价主体的主观因素影响。

解决上述困难的方法：

- ✓ 指标数量化；
- ✓ 指标无量纲化；
- ✓ 指标归一化。

第一节 系统评价原理

与系统决策的区别与联系



系统评价与系统开发、系统决策之间的关系

- 系统评价是技术工作，由技术人员完成；
- 系统决策是领导工作，由领导者最终完成。
- 系统评价可给出方案优劣性的评定结果，是决策的主要依据；但系统决策还受某些隐蔽、难以描述或不宜公开的因素影响。



主要内容

第一节 系统评价原理

第二节 关联矩阵法

第三节 层次分析法 (AHP)

第四节 模糊综合评判法

第二节 关联矩阵法

关联矩阵法是利用所有评价指标对代替方案按照一定的基准进行评分，再利用加权的方法对替代方案的各种评价指标的评价值进行综合的评价方法。设有：

$A_i (i = 1, \dots, m)$ ：评价对象（可替代且非劣的方案）

$X_j (j = 1, \dots, n)$ ：评价指标（准则、项目）

ω_j ：评价指标权重， $0 < \omega_j < 1, \sum_{j=1}^n \omega_j = 1$

第二节 关联矩阵法

V_{ij} A_i X_j ω_{ij}	X_1	X_2	$\dots$	X_n	V_i
	ω_1	ω_2	$\dots$	ω_n	
A_1	V_{11}	V_{12}	$\dots$	V_{1n}	$V_1 = \sum_{j=1}^n \omega_j V_{1j}$ $V_2 = \sum_j \omega_j V_{2j}$ $\vdots$ $V_m = \sum_j \omega_j V_{mj}$
A_2	V_{21}	V_{22}	$\dots$	V_{2n}	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	
A_m	V_{m1}	V_{m2}	$\dots$	V_{mn}	

$\omega_{ij} = ?$
 $V_{ij} = ?$

逐对比较法、古林法

第二节 关联矩阵法

□ 逐对比较法

逐对比较法是确定评价指标权重的简便方法之一。

其基本的做法是：

- 对各替代方案的评价指标进行逐对比较，对相对重要的指标给予较高得分，据此可得到各评价项目的权重；
- 根据评价体给定的评价尺度，对各替代方案在不同评价指标下一一进行评价，得到相应的评价值；
- 针对评价值加权求和，进而求得不同方案的综合评价值，并根据综合评价值进行不同方案的比较。

第二节 关联矩阵法

例题：以交通安全对策为例,要综合评价某市为减少交通事故制定的3种措施：防事故栅栏、人行道、交通信号。评价指标有5个：死亡者的减少、负伤者的减少、经济损失的减少、外观以及实施的费用。

- 对列表中的所有评价指标进行两指标间重要程度的判定。判定为更重要的指标给1分,相对应的另一个不重要的指标给0分;
- 把各个评价指标的得分相加;
- 归一化(即所有指标评分的合计值为1)后, 可得各指标的权重。

第二节 关联矩阵法

用逐对比较法计算权重

[illegible]

第二节 关联矩阵法

对3个方案进行比较，它们的效果如下表所示。假定所设得分计算基准如表所示,则可计算各替代方案的综合得分值。

三种措施方案实施效果

评价指标 替代方案	死亡者的 减少/人	负伤者的 减少/人	经济损失的 减少/百万元	外 观	实施费用 /百万元
A ₁ 防事故栅栏	5	10	10	差	20
A ₂ 人行道	6	15	15	很好	100
A ₃ 信号	3	8	5	一般	5

得分基准

得分 评价指标	5	4	3	2	1
减少死亡者人数	8 人及以上	6~7 人	4~5 人	2~3 人	1 人及以下
减少负伤者人数	30 人及以上	20~29 人	15~19 人	10~14 人	9 人及以下
减少经济损失/百万元	30 及以上	20~29	15~19	10~14	0~9
外 观	很好	好	一般	差	较差
实施费用/百万元	0~20	21~40	41~60	61~80	81 及以上

第二节 关联矩阵法

(1) 对于设置防事故栅栏:

$$v_1=0.4\times 3+0.3\times 2+0.1\times 2+0.2\times 5=3$$

(2) 对于设置人行道:

$$v_2=0.4\times 4+0.3\times 3+0.1\times 3+0.2\times 1=3$$

(3) 对于设置交通信号:

$$v_3=0.4\times 2+0.3\times 1+0.1\times 1+0.2\times 5=2.2$$

这样 A_1, A_2 方案有了同等的分值,属于待选方案, A_3 属于淘汰方案。要在 A_1, A_2 中进一步选择时,需加入新的因素后才可确定。

第二节 关联矩阵法

例：某企业为生产某紧俏产品制定了三个生产方案，它们是：

A_1 ：自行设计一条新的生产线；

A_2 ：从国外引进一条自动化程度较高的生产线；

A_3 ：在原有设备的基础上改装一条生产线。

通过权威部门及人士讨论决定评价指标为五项，分别是：

①期望利润；②产品成品率；③市场占有率；④投资费用；⑤产品外观。

根据专业人士的预测和估计，实施这三种方案后关于五个评价项目的结果如下表所示。

第二节 关联矩阵法

方案预期结果例表

评价指标 替代方案	期望利 润（万 元）	产品成品 率（%）	市场占有 率（%）	投资费用 （万元）	产品外观
自行设计 (A ₁)	650	95	30	110	美 观
国外引进 (A ₂)	730	97	35	180	比较美观
改建 (A ₃)	520	92	25	50	美 观

第二节 关联矩阵法

逐对比较法

- 首先需要求出个评价指标的权重。计算过程可以表述为：逐对比较不同的指标。
 - ✓ 若前者较为重要，前者得1分，后者得0分；
 - ✓ 若后者较为重要，前者得0分，后者得1分。
- 将不同指标求和，并计算不同指标得分占总分的比例。
- 当获得不同指标的**重要性程度序列**后，接下来需要确定不同方案针对各个指标的满足效果。
- **评价尺度**一般由相关领域的专家来确定，尺度确定的标准是有利于科学描述评价对象的效果。

第二节 关联矩阵法

逐对比较法例表

评价指标	得分序号										累计得分	权重
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
期望利润 (X ₁)	1	1	1	1							4	0.4
产品成品率 (X ₂)	0				1	1	1				3	0.3
市场占有率 (X ₃)		0			0			0	1		1	0.1
投资费用 (X ₄)			0			0		1		1	2	0.2
产品外观 (X ₅)				0			0		0	0	0	0.0

第二节 关联矩阵法

当获得不同指标的重要性程度的序列后，接下来需要确定不同方案针对各个指标的**满足效果**。

评价尺度一般由相关领域的专家来确定，尺度确定的标准是有利于科学描述评价对象的效果。

第二节 关联矩阵法

评价尺度例表

评价尺度(得分) 评价指标	5	4	3	2	1
期望利润（万元）	800以上	701-800	601-700	501-600	500以下
产 品 成 品 率 （%）	97以上	96-97	91-95	86-90	85以下
市 场 占 有 率 （%）	40以上	35-39	30-34	25-29	25以下
投资费用（万元）	20以下	21-80	81-120	121-160	160以上
产品外观	非常美观	美观	比较美观	一般	不美观

第二节 关联矩阵法

根据评价尺度及方案实施结果例表，得出各个替代方案的综合评价如下：

$$A_1: V_1 = 0.4 \times 3 + 0.3 \times 3 + 0.1 \times 3 + 0.2 \times 3 = 3.0$$

$$A_2: V_2 = 0.4 \times 4 + 0.3 \times 4 + 0.1 \times 4 + 0.2 \times 1 = 3.4$$

$$A_3: V_3 = 0.4 \times 2 + 0.3 \times 3 + 0.1 \times 2 + 0.2 \times 4 = 2.7$$

以上结果可用关联矩阵表示如下。

由表可知 $V_2 > V_1 > V_3$, 故 $A_2 > A_1 > A_3$

第二节 关联矩阵法

关联矩阵表（逐对比较法）

X_j V_{ij} ω_j A_i	期望 利润	产品成 品率	市场占 有率	投资 费用	产品 外观	V_i
自行设 计(A_1)	3	3	3	3	4	3.0
国外引 进(A_2)	4	4	4	1	3	3.4
改建(A_3)	2	3	2	4	4	2.7

第二节 关联矩阵法

■古林法是确定指标权重和方案价值评定量的基本方法。

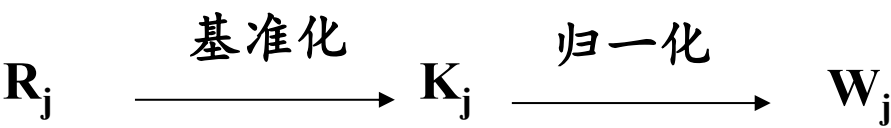
计算步骤:

- ✓确定评价指标的重要度 R_j ,按评价项目自上而下的两两比较其重要性,并用数值表示其重要程度.
- ✓ R_j 的基准化处理,处理结果为 K_j ,以最后一个评价指标作为基准,令K值为1,自上而下计算其他评价项目的K值。
- ✓ K_j 的归一化处理。将 K_j 列的数值相加求和，分别除各行的 K_j 值，所得结果即分别为各评价项目的权重 W_j 。

第二节 关联矩阵法

古林法求 ω_j 例表

序号	评价指标	Rj	Kj	ω_j
1	期望利润	3	18	0.580
2	产品成品率	3	6	0.194
3	市场占有率	0.5	2	0.065
4	投资费用	4	4	0.129
5	产品外观	—	1	0.032
合计			31	1.000



第二节 关联矩阵法

古林法求 V_{ij} 例表

序号 (j)	评价指标	替代方案	R_{ij}	K_{ij}	V_{ij}
1	期望利润	A_1	0.890	1.250	0.342
		A_2	1.404	1.404	0.384
		A_3	—	1.000	0.274
2	产品成品率	A_1	0.979	1.032	0.334
		A_2	1.054	1.054	0.342
		A_3	—	1.000	0.324

第二节 关联矩阵法

3	市场占有率	A_1	0.857	1.200	0.333
		A_2	1.400	1.400	0.389
		A_3	—	1.000	0.278
4	投资费用	A_1	1.636	0.455	0.263
		A_2	0.287	0.287	0.160
		A_3	—	1.000	0.577
5	产品外观	A_1	1.333	1.000	0.364
		A_2	0.750	0.750	0.272
		A_3	—	1.000	0.364

第二节 关联矩阵法

关联矩阵例表（古林法）

X_j ω_j V_{ij} 期望利润 产品成品率 市场占有率 投资费用 产品外观 V_i	0.580	0.194	0.065	0.129	0.032	
A_i						
A_1	0.342	0.334	0.333	0.263	0.364	0.330
A_2	0.384	0.342	0.389	0.160	0.272	0.334
A_3	0.274	0.324	0.278	0.577	0.364	0.326

第二节 关联矩阵法

□ 关联矩阵法在矿业工程中的应用

在采矿方法设计过程中，影响采矿方案选择的因素很多，通常有多个方案可供选择，可采用关联矩阵法对各个方案进行综合评价，以选择最优方案。

例：以某矿山为例，矿区内共有铅锌矿体9个，矿体均呈似层状、透镜状产出。埋藏深度-150~0 m，较稳固，矿石坚固性系数 $f=8\sim12$ ，自然安息角为 40° ，松散系数为1.60，密度为 2.81 t/m^3 。

第二节 关联矩阵法

● 采矿方法评价指标

根据矿体赋存条件以及矿山开采技术条件，初选的4个方案为全面法（ A_1 ）、房柱法（ A_2 ）、壁式崩落法（ A_3 ）和壁式充填法（ A_4 ）。

选取的评价指标为矿块生产能力（ x_1 ）、采矿工效（ x_2 ）、矿石损失率（ x_3 ）、矿石贫化率（ x_4 ）、采切比（ x_5 ）、采矿成本（ x_6 ）、安全性（ x_7 ）、工艺简单程度（ x_8 ）、矿山对方案的熟悉程度（ x_9 ）和对矿体的适应程度（ x_{10} ）10个。

第二节 关联矩阵法

各方案的评价指标取值如下表所示。

表 4-15 采矿方法方案评价指标表

采矿方案	生产能力 /(t/d)	采矿工效 /(t/工班)	矿石损失率 /%	矿石贫化率 /%	采切比 /(m/kt)	采矿成本	安全性	工艺简单 程度	矿山对方案 的熟悉程度	对矿体的 适应程度
全面法 A ₁	30~40	8~12	10~15	5~10	8~15	较低 4	差 1	简单 5	一般 3	较好 4
房柱法 A ₂	90~120	8~10	15~20	8~12	5~12	较低 4	较差 2	较简单 4	较熟悉 4	较好 4
壁式崩落法 A ₃	120~150	8~11	10~15	5~10	8~15	较高 2	中等 3	一般 3	较生疏 2	一般 3
壁式充填法 A ₄	80~100	4~5	5~10	4~8	7~8	高 1	较好 4	较复杂 2	生疏 1	一般 3



低	较低	中	较高	高
5	4	3	2	1

第二节 关联矩阵法

● 评价指标权重值计算

根据 KLEE 法计算各评价指标的权重，如下表所示。

表 4-16 评价指标权重 w_j 计算表

指标编号	评价指标名称	r_j	k_j	w_j
x_1	生产能力	1.00	1.66	0.071
x_2	采矿工效	2.00	1.66	0.071
x_3	矿石损失率	1.00	0.83	0.035
x_4	矿石贫化率	0.33	0.83	0.035
x_5	采切比	1.00	2.50	0.106
x_6	采矿成本	0.50	2.50	0.106
x_7	安全性	2.00	5.00	0.213
x_8	工艺简单程度	0.50	2.50	0.106
x_9	矿山对方案的熟悉程度	5.00	5.00	0.213
x_{10}	对矿体的适应程度	—	1.00	0.043
总 计			23.48	1.000

第二节 关联矩阵法

● 评价指标价值评定量计算与综合评定

综合评定结果计算运用关联矩阵表计算 4 个备选采矿方法方案的综合评价价值结果见下表。

表 4-17

综合评价值

A_i	x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	v_i
	w_j	0.071	0.071	0.035	0.035	0.106	0.106	0.213	0.106	0.213	0.043	
A_1	v_{ij}	0.096	0.303	0.228	0.250	0.205	0.364	0.100	0.357	0.300	0.286	0.241
A_2		0.288	0.273	0.163	0.188	0.277	0.364	0.200	0.286	0.400	0.286	0.290
A_3		0.370	0.288	0.228	0.250	0.205	0.182	0.300	0.214	0.200	0.214	0.243
A_4		0.247	0.136	0.381	0.313	0.314	0.091	0.400	0.143	0.100	0.214	0.225

从表中可以看出，方案 A_2 对应的综合评价值最大，即最适合该矿的采矿方法为房柱法。

课堂练习

用古林法确定各评价指标的权重

A1的
优越
性是
A2的2
倍



A5没
有比
较，
为1.0



评价指标	重要度Rj	Kj	ω_j
A1	2.0		
A2	0.5		
A3	3.0		
A4	1.5		
A5	1.0		
Σ			

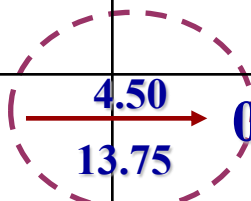
课堂练习

评价指标	重要度R _j	K _j	ω_j
A1	2.0	4.50	
A2	0.5	2.25	
A3	3.0	4.50	
A4	1.5	1.50	
A5	—	1.00	
Σ		13.75	

以A5为基准，依次往上进行

课堂练习

评价指标	重要度 R_j	K_j	ω_j
A1	2.0	4.50	0.33
A2	0.5	2.25	0.16
A3	3.0	4.50	0.33
A4	1.5	1.50	0.11
A5	—	1.00	0.07
Σ		13.75	1.00





主要内容

第一节 系统评价原理

第二节 关联矩阵法

第三节 层次分析法 (AHP)

第四节 模糊综合评判法

第三节 层次分析法

一般情况下，系统评价多为多目标多判据的。如果仅仅依靠评价者的定性分析和逻辑判断，缺乏定量分析依据来评价系统方案的优劣，显然是十分困难的。

同时，社会经济评价项目十分难以作出精确的定量分析。如果能在评价中引入定量分析，并吸收人们在两两比较中所获得粗略的量化评价，就能获得较为科学的评价结果。

第三节 层次分析法

层次分析法AHP —— Analytic Hierarchy Process

(美国运筹学家、匹兹堡大学教授T.L.Saaty,1977)

许多评价问题的评价对象属性多样、结构复杂,难以完全采用定量方法或简单归结为费用-效益或有效度进行优化分析与评价,也难以在任何情况下做到使评价项目具有单一层次结构。

需要建立多要素、多层次的评价系统,采用定性与定量有机结合的方法,使复杂的评价问题明朗化。



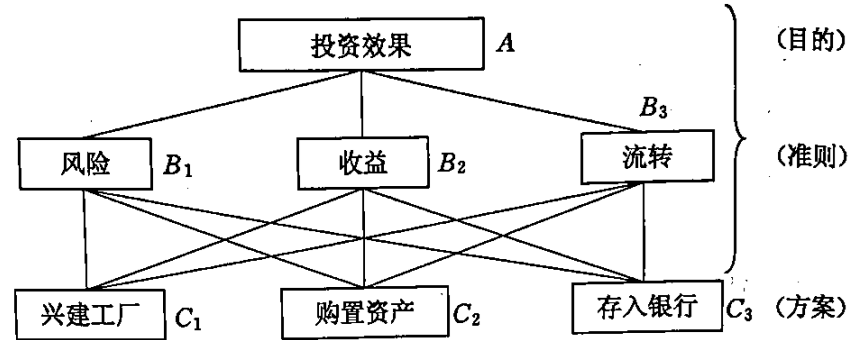
第三节 层次分析法

□ 层次分析法主要是通过两两比较的方式确定层次中各因素的相对重要性, 综合判断, 确定备选方案相对重要性的总排序。

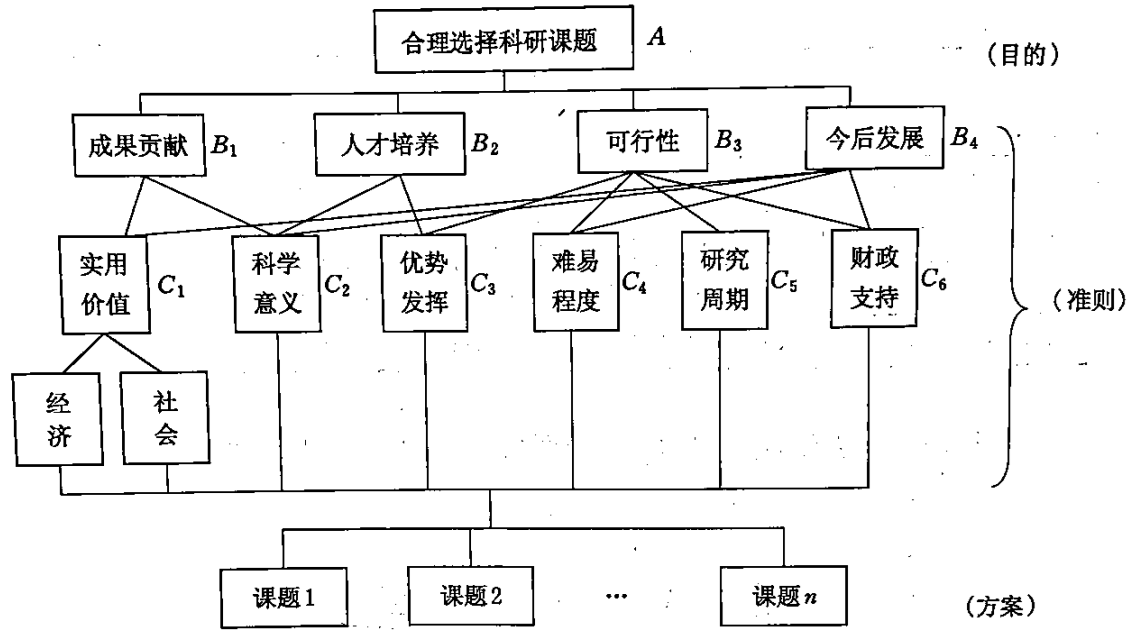
层次分析法的步骤:

- ① 分析评价系统中各要素之间的关系, 建立系统递阶层次结构;
- ② 对同一层次的各要素关于上一层次中某一准则的重要性进行两两比较, 构造两两比较判断矩阵, 并进行一致性检验;
- ③ 由判断矩阵计算被比较要素对于该准则的相对权重;
- ④ 计算各层要素对系统目的的合成权重, 并对各备选方案排序。

第三节 层次分析法

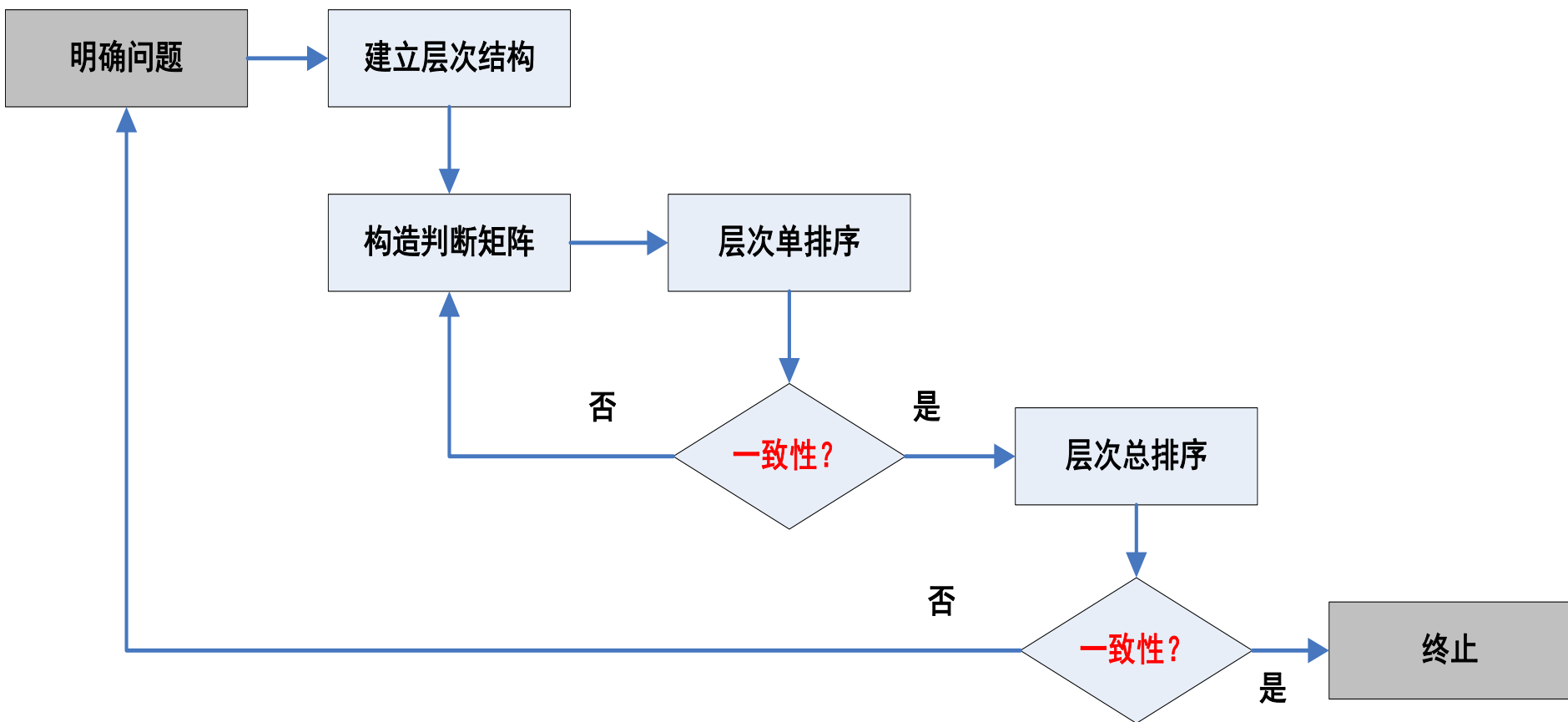


投资效果评价结构模型



科研课题评选评价结构模型

第三节 层次分析法

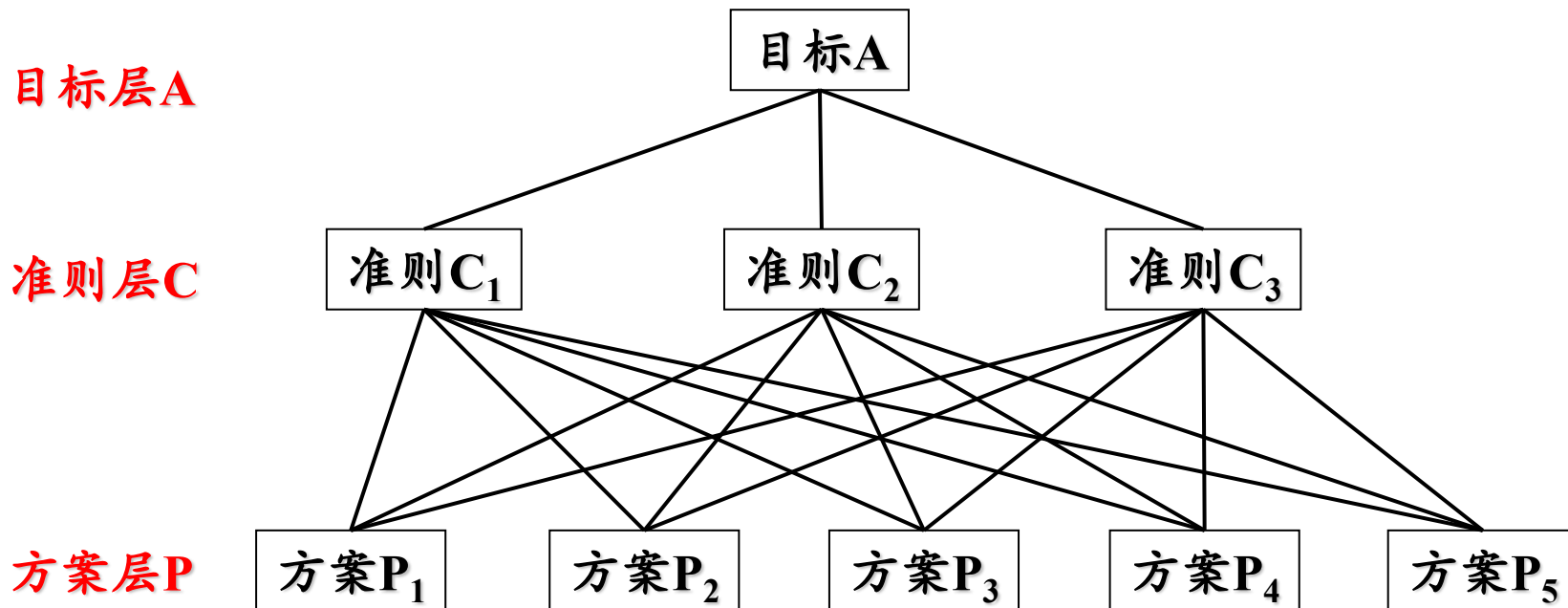


AHP分析法的步骤

第三节 层次分析法

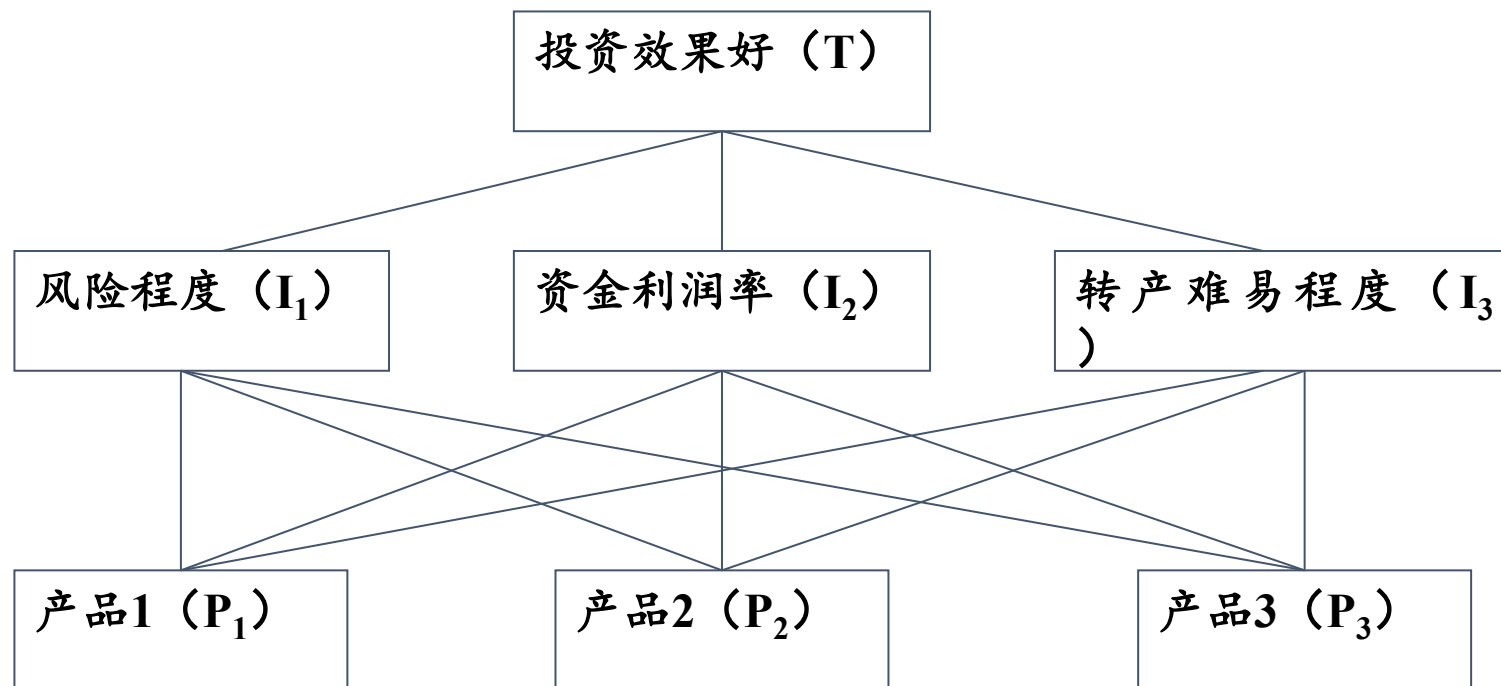
1、建立层次结构模型

将所包含的因素分组设层，并标明各层因素之间的关系，如对决策问题，可构造出下图所示的层次结构模型。



第三节 层次分析法

1、建立层次结构模型



投资效果评价结构模型

第三节 层次分析法

2、构造判断矩阵

在日常生活中，经常要从一堆同样大小的物品中挑选出最重的物品。这时，人们总是利用两两比较的方法来达到目的。

比如挑西瓜，每只西瓜的重量分别为 $W_1, W_2, \dots, W_n$ ，很容易得到表示 n 只西瓜相对重量关系的判断矩阵 A ：

$$A = \begin{pmatrix} W_1/W_1 & W_1/W_2 & \dots & W_1/W_n \\ W_2/W_1 & W_2/W_2 & \dots & W_2/W_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_n/W_1 & W_n/W_2 & \dots & W_n/W_n \end{pmatrix} = (a_{ij})_{n \times n}$$

显然 $a_{ii}=1, \quad a_{ij}=1/a_{ji}, \quad a_{ij}=a_{ik}/a_{jk}(i,j,k=1, 2, \dots n)$

第三节 层次分析法

$$AW = \begin{pmatrix} W_1/W_1 & W_1/W_2 \dots & W_1/W_n \\ W_2/W_1 & W_2/W_2 \dots & W_2/W_n \\ \dots & \dots \dots & \dots \dots \dots \\ W_n/W_1 & W_n/W_2 \dots & W_n/W_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \dots \\ W_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} nW_1 \\ nW_2 \\ \dots \dots \\ nW_n \end{pmatrix}$$

- 即 n 是 A 的一个特征根，每只西瓜的重量是 A 对应于特征根 n 的特征向量的各个分量。

第三节 层次分析法

反过来，如通过西瓜两两比较能得到判断矩阵A，也可推导出西瓜的相对重量。因为判断矩阵A有完全一致性时，可通过解特征根问题

$$AW = \lambda_{\max} W$$

求出归一化特征向量（即设西瓜总重量为1），从而得到n只西瓜的相对重量。

第三节 层次分析法

对于复杂的社会、经济、科技等问题，通过建立层次分析结构模型，构造出判断矩阵，利用特征值方法即可确定各种方案和措施的重要性排序权值，以供决策者参考。

使用AHP，判断矩阵A的一致性很重要，但要求所有判断都有完全的一致性不大可能。一般只要求A具有满意的一致性，此时 $\lambda_{\max}$ 稍大于矩阵阶数 n ，其余特征根接近零。

基于AHP得出的结论才基本合理。为使所有判断保持一定程度上的一致，AHP步骤中需要进行一致性检验。

第三节 层次分析法

判断矩阵是针对上一层次某因素而言，本层次与之有关的各因素之间的相对重要性的数量表示。这是将定性判断转变为定量表示的一个过程。

设准则层中因素 C_k 与下一层 P 中的因素 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 有关，则构造的判断矩阵如下表：

C_k	P_1	P_2	$\dots$	P_n
P_1	b_{11}	b_{12}	$\dots$	b_{1n}
P_2	b_{21}	b_{22}	$\dots$	b_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
P_n	b_{n1}	b_{n2}	$\dots$	b_{nn}

矩阵B

第三节 层次分析法

其中 b_{ij} 通常取为1,2,3,...9及它们的倒数，其含义是：

$b_{ij}=1$,表示 P_i 与 P_j 一样重要；

$b_{ij}=3$,表示 P_i 比 P_j 重要一点（稍微重要）；

$b_{ij}=5$,表示 P_i 比 P_j 重要（明显重要）；

$b_{ij}=7$,表示 P_i 比 P_j 重要得多（强烈重要）；

$b_{ij}=9$,表示 P_i 比 P_j 极端重要（绝对重要）。

其间的数2,4,6,8及各数的倒数具有相应的类似意义。

第三节 层次分析法

3、层次单排序—计算相对重要度

- 根据判断矩阵，计算对于上一层某因素而言，本层次与之有关的因素的重要性次序的权值。
- 层次单排序可归结为计算判断矩阵特征根和特征向量问题。 即对判断矩阵A，计算满足

$$AW = \lambda_{\max} W$$

的特征根与特征向量，W的各个分量 W_i 即是相应因素单排序的权值。

第三节 层次分析法

4、层次单排序中的一致性检验

- 为了检验判断矩阵的一致性，需要计算它的一致性指标

$$CI= \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1}$$

将CI与平均随机一致性指标RI比较，RI可从下表查得：

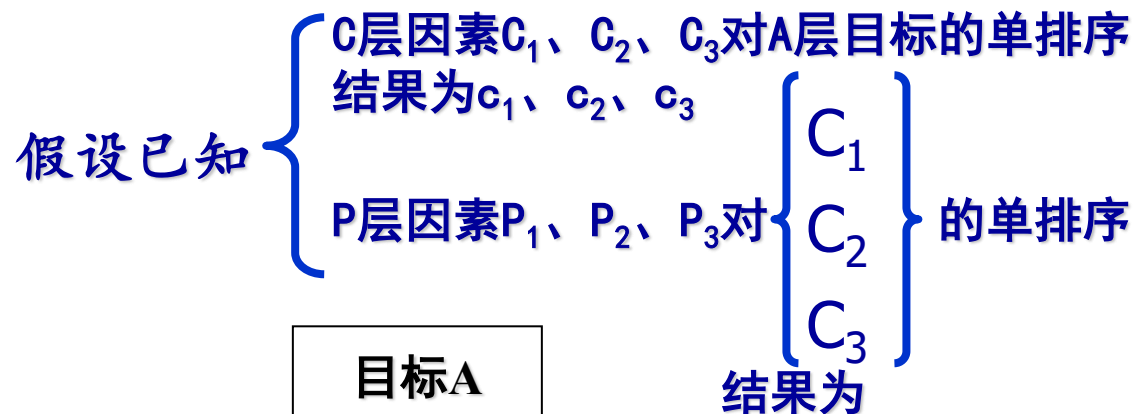
阶数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0.00	0.00	0.52	0.89	1.12	1.26	1.36	1.41	1.46

只有当随机一致性比例 $CR= \frac{CI}{RI} \leq 0.10$ 时，判断矩阵才具有满意的一致性，否则就需要对判断矩阵进行调整。

第三节 层次分析法

5、层次总排序-计算综合重要度

利用单排序结果，可综合计算最底层(方案层)相对最高层(目标层)重要性顺序的组合权值。层次总排序从上到下进行。



$$\begin{Bmatrix} b_1^1 & b_2^1 & b_3^1 \\ b_1^2 & b_2^2 & b_3^2 \\ b_1^3 & b_2^3 & b_3^3 \end{Bmatrix}$$

第三节 层次分析法

5、层次总排序

- 则综合计算 P_1 、 P_2 、 P_3 相对A的总排序结果可用下表表示：
(目标层A，准则层C，方案层P)

C对A P对C	C_1	C_2	...	C_m	P层次的总排序
	c_1	c_2	...	c_m	
P_1	b_1^1	b_1^2	...	b_1^m	$\sum_{i=1}^m c_i b_1^i$
P_2	b_2^1	b_2^2	...	b_2^m	$\sum_{i=1}^m c_i b_2^i$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
P_n	b_n^1	b_n^2	...	b_n^m	$\sum_{i=1}^m c_i b_n^i$

第三节 层次分析法

6、总排序的一致性检验

- 为评价总排序的计算结果的一致性，需要计算与单排序类似的检验量。

$$CI = \sum_{i=1}^m c_i CI_i$$

$$RI = \sum_{i=1}^m c_i RI_i$$

$$CR = \frac{CI}{RI}$$

- 同样，当 $CR \leq 0.1$ 时，层次总排序具有满意的一致性，其结果可提供决策者参考。

第三节 层次分析法

特征根的计算方法

- AHP计算的根本问题是计算判断矩阵的最大特征根 $\lambda_{\max}$ 及其对应的特征向量W.
- 三种常用的计算方法：幂法、求和法、方根法
 - 幂法（特征根方法）：计算机进行，可得到任意精确度的最大特征根 $\lambda_{\max}$ 及其相应的特征向量W。
 - 求和法（算术平均法）：近似算法。
 - 方根法（几何平均法）：近似算法。

第三节 层次分析法

● 幂法

计算步骤如下:

(1) 取与判断矩阵B同阶的归一化的初值向量W。

(2) 计算 $\overline{W}^{k+1} = BW^k, k = 0, 1, 2, \dots$

(3) 令 $\beta = \sum_{i=1}^n \overline{W}_i^{k+1}$, 计算 $W^{k+1} = \frac{1}{\beta} \overline{W}^{k+1}, k = 0, 1, 2, \dots;$

(4) 给定一个精度 ε , 当 $|\overline{W}_i^{k+1} - \overline{W}_i^k| < \varepsilon$, 对所有 $i = 1, 2, \dots, n$ 成立时停止计算, 则 $W = W^{k+1}$ 就是所需求的特征向量。

(5) 计算最大特征值: $\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n \frac{W_i^{k+1}}{n W_i^k}$

第三节 层次分析法

■ 求和法

[例1]用求和法计算下述判断矩阵的最大特征根及其对应的特征向量。

B	C ₁	C ₂	C ₃
C ₁	1	1/5	1/3
C ₂	5	1	3
C ₃	3	1/3	1

解：（1）将判断矩阵每一列归一化

$$\overline{b_{ij}} = \frac{b_{ij}}{\sum_{k=1}^n b_{kj}}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

第三节 层次分析法

本例得到按列归一化后的判断矩阵为：

$$\begin{bmatrix} 0.111 & 0.130 & 0.077 \\ 0.556 & 0.652 & 0.692 \\ 0.333 & 0.217 & 0.231 \end{bmatrix}$$

(2) 列归一化后的判断矩阵按行相加 $\overline{W}_i = \sum_{j=1}^n \overline{b}_{ij}, j = 1, 2, \dots, n$

本例有：

$$\overline{W}_1 = \sum_{j=1}^n \overline{b}_{1j} = 0.111 + 0.130 + 0.077 = 0.317$$

$$\overline{W}_2 = \sum_{j=1}^n \overline{b}_{2j} = 0.556 + 0.652 + 0.692 = 1.900$$

$$\overline{W}_3 = \sum_{j=1}^n \overline{b}_{3j} = 0.333 + 0.217 + 0.231 = 0.781$$

第三节 层次分析法

(3) 将向量 $\overline{W} = [\overline{W}_1, \overline{W}_2, \dots, \overline{W}_n]^T$ 归一化 $W_i = \frac{\overline{W}_i}{\sum_{j=1}^n \overline{W}_j}, i = 1, 2, \dots, n$

本例有：

$$\sum_{j=1}^n \overline{W}_j = 0.317 + 1.900 + 0.781 = 2.998$$

$$W_1 = \frac{\overline{W}_1}{\sum_{j=1}^n \overline{W}_j} = \frac{0.317}{2.998} = 0.106$$

则所求特征向量：

$$W = [0.106, 0.634, 0.261]^T$$

$$W_2 = \frac{\overline{W}_2}{\sum_{j=1}^n \overline{W}_j} = \frac{1.900}{2.998} = 0.634$$

$$W_3 = \frac{\overline{W}_3}{\sum_{j=1}^n \overline{W}_j} = \frac{0.781}{2.998} = 0.261$$

第三节 层次分析法

(4) 计算判断矩阵的最大特征根 $\lambda_{\max}$

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n \frac{(BW)_i}{nW_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(BW)_i}{W_i}}{n}$$

第三节 层次分析法

本例有：

$$\mathbf{BW} = \begin{pmatrix} 1 & 1/5 & 1/3 \\ 5 & 1 & 3 \\ 3 & 1/3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.106 \\ 0.634 \\ 0.261 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{BW})_1 \\ (\mathbf{BW})_2 \\ (\mathbf{BW})_3 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{BW})_1 = 1 \times 0.106 + 1/5 \times 0.634 + 1/3 \times 0.261 = 0.320$$

$$(\mathbf{BW})_2 = 5 \times 0.106 + 1 \times 0.634 + 3 \times 0.261 = 1.941$$

$$(\mathbf{BW})_3 = 3 \times 0.106 + 1/3 \times 0.634 + 1 \times 0.261 = 0.785$$

第三节 层次分析法

则

$$\begin{aligned}\lambda_{\max} &= \sum_{i=1}^n \frac{(BW)_i}{nW_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(BW)_i}{W_i}}{n} \\ &= \left[\frac{(BW)_1}{W_1} + \frac{(BW)_2}{W_2} + \frac{(BW)_3}{W_3} \right] / 3 \\ &= \left[\frac{0.320}{0.160} + \frac{1.941}{0.634} + \frac{0.785}{0.261} \right] / 3 \\ &= 3.036\end{aligned}$$

第三节 层次分析法

一致性检验（检验该矩阵是否具有满意的一致性）

$$\text{一致性指标 CI} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{3.036 - 3}{2} = 0.018 ;$$

查表，三阶矩阵的平均随机一致性指标 $RI = 0.52$;

由于该矩阵的随机一致性比例

$$CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.018}{0.52} = 0.035 < 0.1$$

所以该矩阵具有满意的一致性。 C_1, C_2, C_3 相对B的排序为：

$$W = [0.106, 0.634, 0.261]^T$$

第三节 层次分析法

■ 方根法

[例2] 计算下述判断矩阵的最大特征根及其对应的特征向量。

B	C ₁	C ₂	C ₃
C ₁	1	1/5	1/3
C ₂	5	1	3
C ₃	3	1/3	1

解：（1）将判断矩阵B的元素按行相乘 $\bar{u}_i = \prod_{j=1}^n b_{ij}$

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{15} = 0.067$$

本例有：

$$\bar{u}_2 = 15$$

$$\bar{u}_3 = 1$$

第三节 层次分析法

(2) 所得的乘积分别开 n 次方 $u_i = \sqrt[n]{u_i}$

本例有：

$$u_1 = \sqrt[3]{0.067} = 0.405$$

$$u_2 = \sqrt[3]{15} = 2.466$$

$$u_3 = \sqrt[3]{1} = 1$$

第三节 层次分析法

(3) 将方根向量归一化，即得所求特征向量W

$$W_i = \frac{u_i}{\sum_{i=1}^n u_i}$$

本例有：

$$W_1 = \frac{0.405}{0.405 + 2.466 + 1} = \frac{0.405}{3.871} = 0.105$$

$$W_2 = \frac{2.466}{3.871} = 0.637$$

$$W_3 = \frac{1}{3.871} = 0.258$$

$$W = [0.105, 0.637, 0.258]^T$$

第三节 层次分析法

(4) 计算判断矩阵最大特征根

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n \frac{(BW)_i}{nW_i}$$

此处与求和法相同，略。本例有：

$$\lambda_{\max}=3.037$$

第三节 层次分析法

● AHP法在投资效果评价中的应用

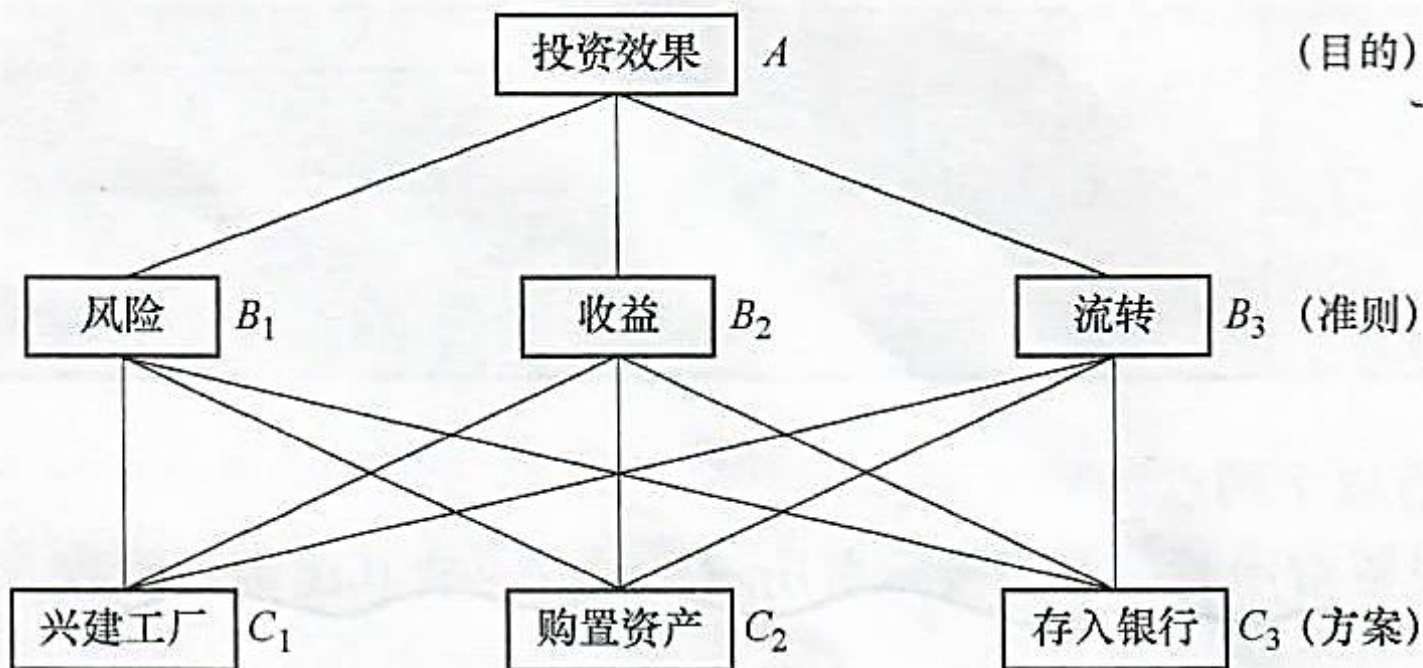


图 5-3 投资效果评价结构模型

第三节 层次分析法

表 5-10 判断矩阵及重要度计算和一致性检验的过程与结果

1.

A	B ₁	B ₂	B ₃	W _i	W _i ⁰	λ _{mi}
B ₁	1	$\frac{1}{3}$	2	0.874	0.230	3.002
B ₂	3	1	5	2.466	0.648	3.004
B ₃	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	1	0.464	0.122	3.005

$$\lambda_{\max} \approx \frac{1}{3}(3.002 + 3.004 + 3.005) \\ = 3.004$$

$$C. I. = 0.002 < 0.1$$

(3.804)

2.

B ₁	C ₁	C ₂	C ₃	W _i	W _i ⁰	λ _{mi}
C ₁	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	0.406	0.105	3.036
C ₂	3	1	$\frac{1}{3}$	1.000	0.258	3.040
C ₃	5	3	1	2.466	0.637	3.040

$$\lambda_{\max} \approx 3.039$$

$$C. I. = 0.02 < 0.1$$

(3.872)

第三节 层次分析法

3.

B_2	C_1	C_2	C_3	W_i	W_i^0	λ_{mi}
C_1	1	2	7	2.410	0.592	3.015
C_2	$\frac{1}{2}$	1	5	1.357	0.333	3.016
C_3	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5}$	1	0.306	0.075	3.012

$$\lambda_{\max} \approx 3.014$$

$$C. I. = 0.007 < 0.1$$

(4.073)

4.

B_3	C_1	C_2	C_3	W_i	W_i^0	λ_{mi}
C_1	1	3	$\frac{1}{7}$	0.754	0.149	3.079
C_2	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{9}$	0.333	0.066	3.082
C_3	7	9	1	3.979	0.785	3.080

$$\lambda_{\max} \approx 3.08$$

$$C. I. = 0.04 < 0.1$$

(5.066)

第三节 层次分析法

表 5-11 方案总重要度计算例表

$\begin{matrix} B_i \\ b_i \\ C_j^i \\ C_j \end{matrix}$	B_1	B_2	B_3	$C_j = \sum_{i=1}^3 b_i C_j^i$
	0.230	0.648	0.122	
C_1	0.105	0.592	0.149	0.426
C_2	0.258	0.333	0.066	0.283
C_3	0.637	0.075	0.785	0.291

结果表明，优劣顺序为： C_1 、 C_3 、 C_2 ，且 C_1 明显优于 C_2 和 C_3 。

第三节 层次分析法

● AHP法在系统评价中的应用

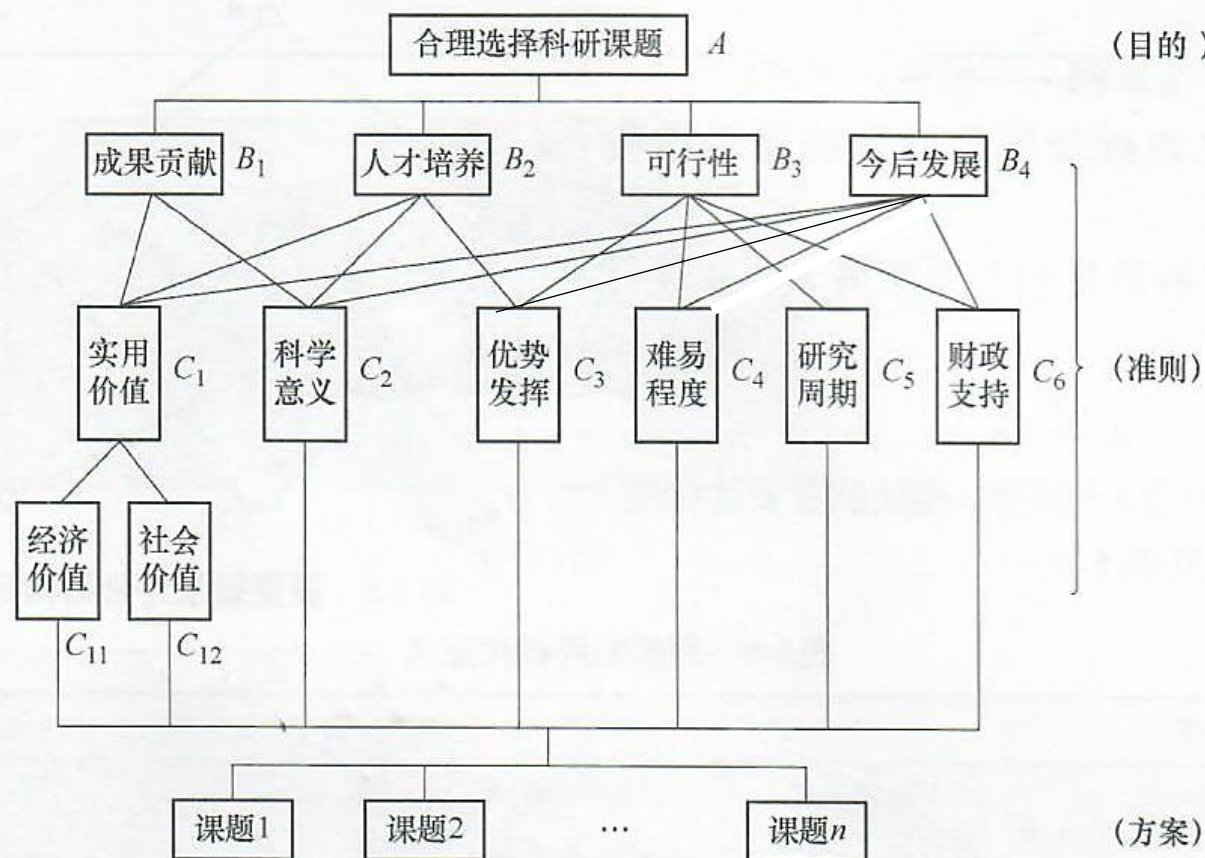


图 5-4 科研课题评选结构模型

第三节 层次分析法

表 5-13 A - B 判断矩阵、B - C 判断矩阵及其处理

1.							
A	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	W _i	W _i ⁰	λ _{mi}
B ₁	1	3	1	1	1.316	0.291	4.309
B ₂	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0.577	0.127	3.291
B ₃	1	3	1	1	1.316	0.291	4.309
B ₄	1	3	1	1	1.316	0.291	4.309
(4.525)							
2.							
B ₁	C ₁	C ₂	W _i	W _i ⁰	λ _{mi}	λ _{max} = 4.055	
C ₁	1	3	1.732	0.750	2	C. I. = 0.018	
C ₂	$\frac{1}{3}$	1	0.577	0.250	2	R. I. = 0.89	
(2.309)						C. R. = 0.02 < 0.1	

层次分析法是根据成对比较矩阵对比两个或两个以上的因素从而判定相对重要性的方法。层次分析法一般不会拿来解决n=1或2的矩阵的。而n=1时根本没有可比性，2阶矩阵总是一致阵，不用检验。

第三节 层次分析法

3.

B_2	C_1	C_2	C_3	W_i	W_i^0	λ_{m_i}
C_1	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	0.406	0.105	3.036
C_2	5	1	3	2.466	0.637	3.040
C_3	3	$\frac{1}{3}$	1	1.000	0.258	3.040

(3.872)

$$\lambda_{\max} = 3.039$$

$$C. I. = 0.02$$

$$R. I. = 0.52$$

$$C. R. = 0.039 < 0.1$$

4.

B_3	C_3	C_4	C_5	C_6	W_i	W_i^0	λ_{m_i}
C_3	1	1	3	2	1.565	0.351	4.009
C_4	1	1	3	2	1.565	0.351	4.009
C_5	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{2}$	0.486	0.109	4.014
C_6	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	2	1	0.841	0.189	4.011

(4.457)

$$\lambda_{\max} = 4.011$$

$$C. I. = 0.0036$$

$$R. I. = 0.89$$

$$C. R. = 0.0041 < 0.1$$

第三节 层次分析法

5.							
B_4	C_1	C_2	C_3	C_6	W_i	W_i^0	λ_{m_i}
C_1	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	1	0.508	0.096	4.031
C_2	5	1	3	5	2.943	0.558	4.065
C_3	3	$\frac{1}{3}$	1	3	1.316	0.250	4.048
C_6	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	1	0.508	0.096	4.031

$\lambda_{\max} = 4.044$
C. I. = 0.015
R. I. = 0.89
C. R. = 0.017 < 0.1

(5.275)

C 层总排序的结果如表 5-14 所示。

表 5-14 C 层总排序

$C \backslash B$	$B_1 (0.291)$	$B_2 (0.127)$	$B_3 (0.291)$	$B_4 (0.291)$	$\overline{W}_i$
C_1	0.750	0.105	0	0.096	0.260
C_2	0.250	0.637	0	0.558	0.316
C_3	0	0.258	0.351	0.250	0.208
C_4	0	0	0.351	0	0.102
C_5	0	0	0.109	0	0.032
C_6	0	0	0.189	0.096	0.083

第三节 层次分析法

- [例]决定某厂一笔企业留成利润
- 目标：合理使用留成利润，促进企业进一步发展
- 可选方案：5个

目标层A

合理使用企业留成利润

准则层C

C_1 :调动职工
生产积极性

C_2 :提高企业的
技术水平

C_3 :改善职工物
质文化生活状况

方案层P

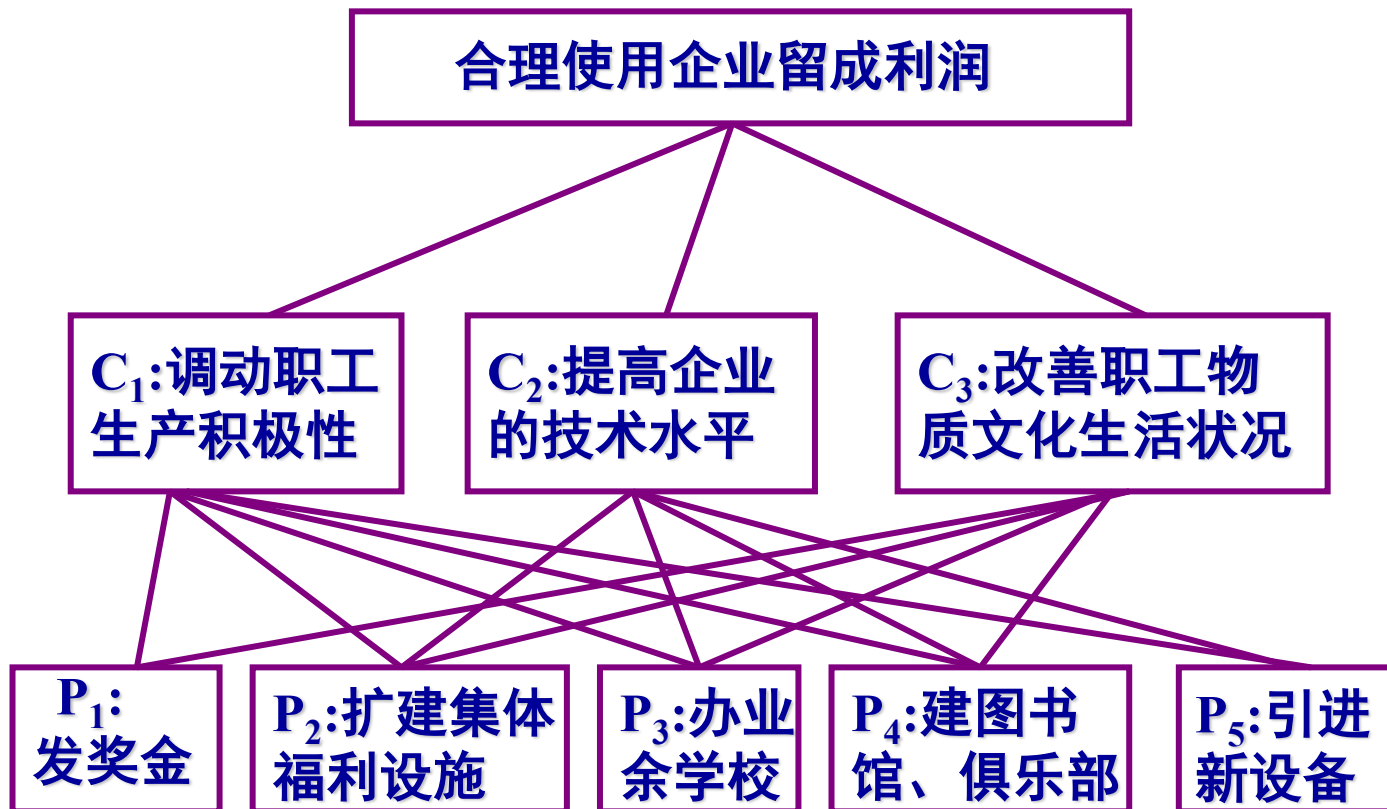
P_1 :
发奖金

P_2 :扩建集体
福利设施

P_3 :办业
余学校

P_4 :建图书
馆、俱乐部

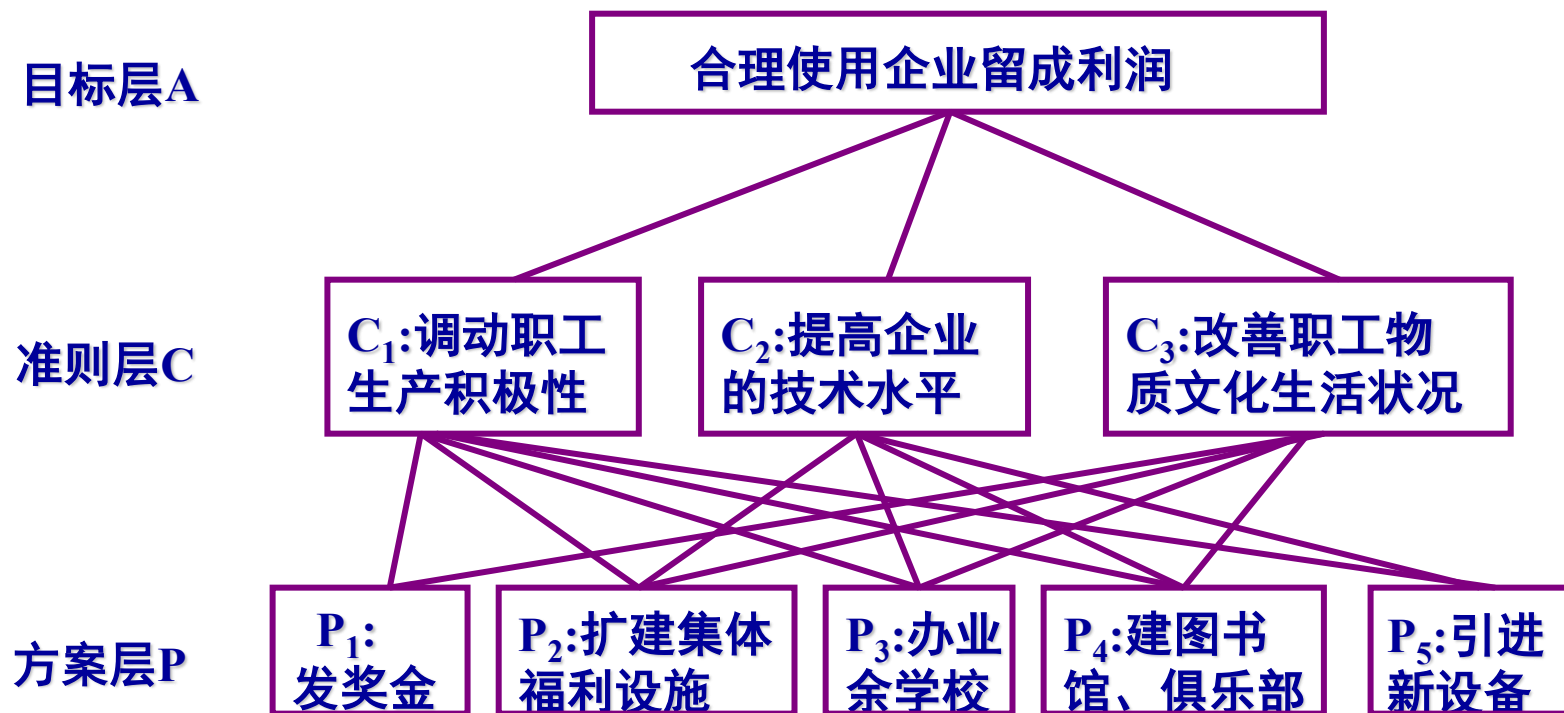
P_5 :引进
新设备



第三节 层次分析法

(1) 判断矩阵A—C

如该厂认为根据总目标有： $C_2 \succ C_3 \succ C_1$



第三节 层次分析法

A	C ₁	C ₂	C ₃		A	C ₁	C ₂	C ₃	W
C ₁	1	1/5	1/3	归一化 →	C ₁	0.1111	0.1304	0.0769	0.1042
C ₂	5	1	3		C ₂	0.5556	0.6522	0.6923	0.6372
C ₃	3	1/3	1		C ₃	0.3333	0.2174	0.2308	0.2583

$$AW = \begin{pmatrix} 1 & 1/5 & 1/3 \\ 5 & 1 & 3 \\ 3 & 1/3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.1042 \\ 0.6372 \\ 0.2583 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.3177 \\ 1.9331 \\ 0.7833 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{3} \left(\frac{0.3177}{0.1042} + \frac{1.9331}{0.6372} + \frac{0.7833}{0.2583} \right) = 3.0385$$

第三节 层次分析法

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{3.0385 - 3}{2} = 0.0193$$

查表： $RI = 0.52$

$$CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.0193}{0.52} = 0.0371 \quad ? < 0.1$$

可见，判断矩阵A—C具有满意的一致性。故有：

(1)着眼于提高企业的技术水平(C_2) 0.6372

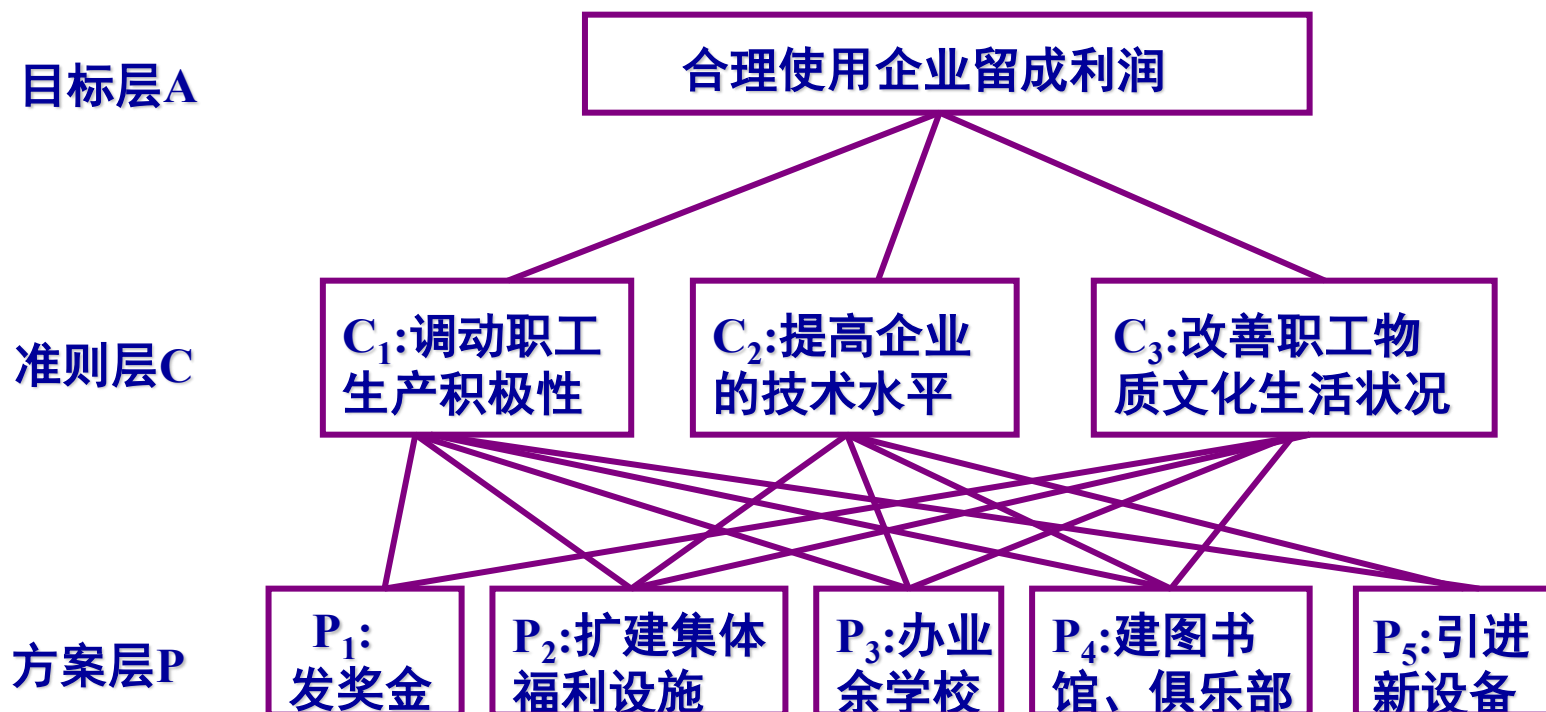
(2)改善职工的物质文化生活(C_3) 0.2583

(3)调动职工的生产积极性(C_1) 0.1042

第三节 层次分析法

(2) 判断矩阵 $C_1 - P$

如该厂认为：针对准则 C_1 ，有： P_1 最重要， P_2 很重要， P_4 重要， P_3 次要， P_5 更次要。



第三节 层次分析法

判断矩阵 $C_1 - P$

C_1	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	W
P_1	1	3	5	4	7	0.491
P_2	1/3	1	3	2	5	0.232
P_3	1/5	1/3	1	1/2	3	0.092
P_4	1/4	1/2	2	1	3	0.138
P_5	1/7	1/5	1/3	1/3	1	0.046

$$\lambda_{\max} = 5.126$$

$$CI = 0.032$$

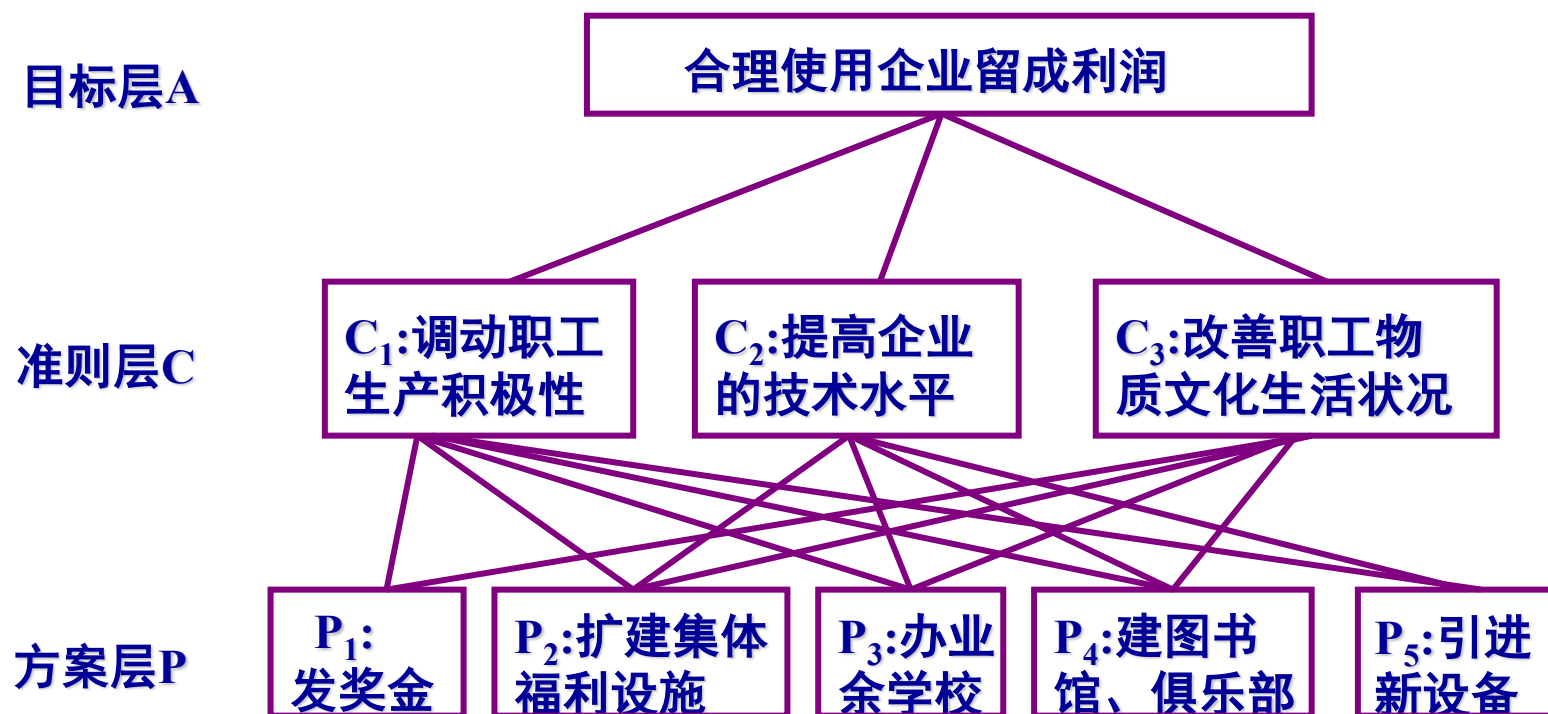
$$RI = 1.12$$

$$CR = 0.028 < 0.10$$

第三节 层次分析法

(3) 判断矩阵 $C_2 - P$

如该厂认为根据准则 C_2 ，有： P_3 最重要， P_5 很重要， P_4 重要， P_2 次要。



第三节 层次分析法

判断矩阵 C_2-P

C_2	P_2	P_3	P_4	P_5	W
P_2	1	1/7	1/3	1/5	0.055
P_3	7	1	5	3	0.564
P_4	3	1/5	1	1/3	0.118
P_5	5	1/3	3	1	0.263

$$\lambda_{\max} = 4.117$$

$$CI = 0.039$$

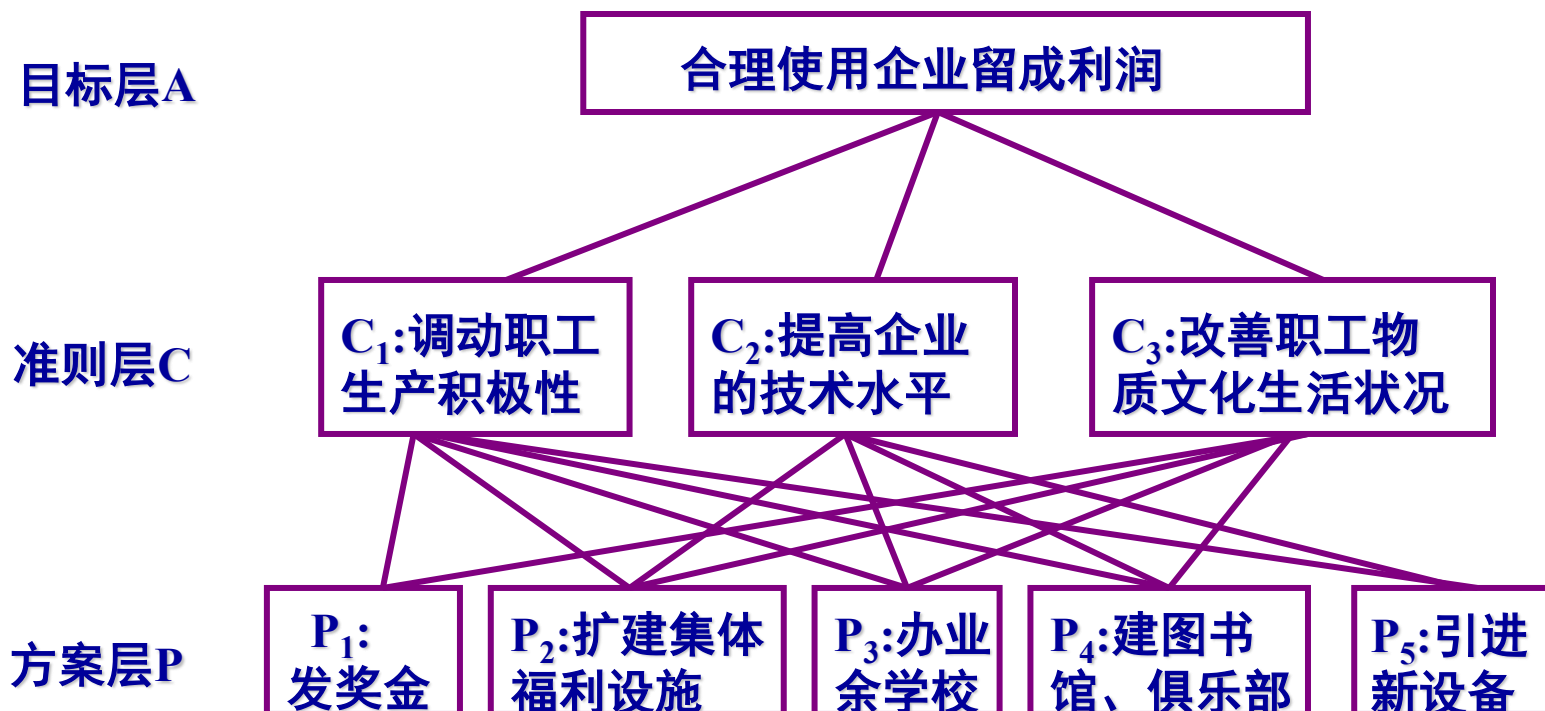
$$RI = 0.89$$

$$CR = 0.043 < 0.10$$

第三节 层次分析法

(4) 判断矩阵 C_3-P

如该厂认为根据准则 C_3 ，有：方案 P_1 、 P_2 比较重要，方案 P_3 、 P_4 相对次要。



第三节 层次分析法

判断矩阵 C_3-P

C_3	P_1	P_2	P_3	P_4	W
P_1	1	1	3	3	0.406
P_2	1	1	3	3	0.406
P_3	1/3	1/3	1	1	0.094
P_4	1/3	1/3	1	1	0.094

$$\lambda_{\max} = 4$$

$$CI = 0$$

$$RI = 0.89$$

第三节 层次分析法

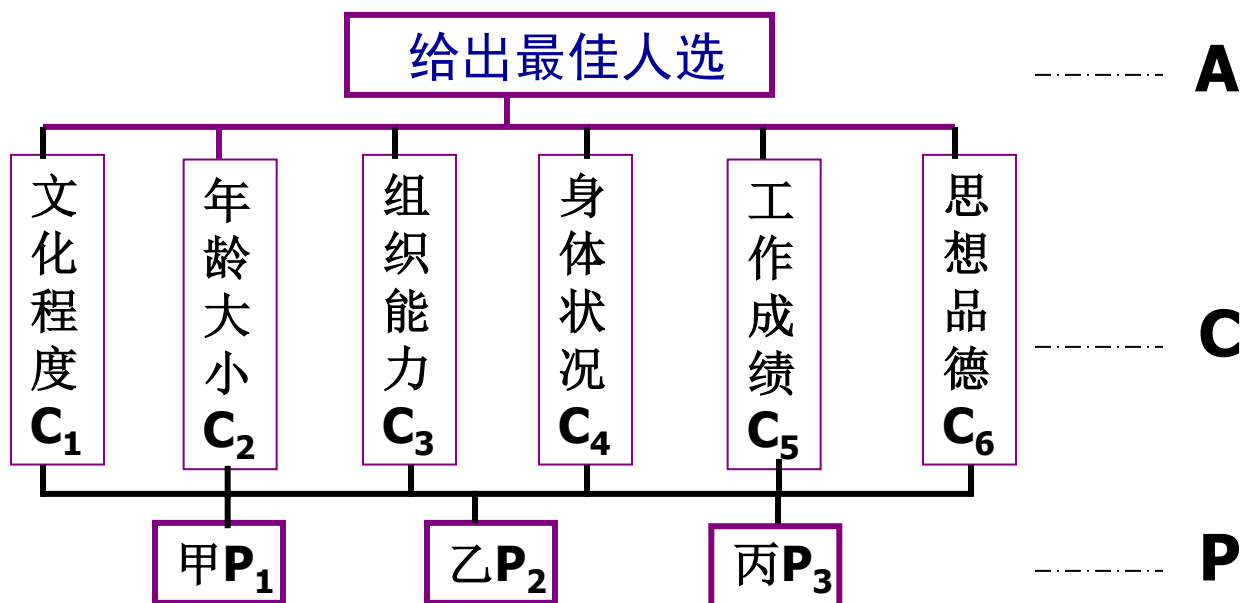
(5) 层次总排序计算结果

层次C₁ 层次P	C ₁	C ₂	C ₃	层次P总 排序权值	方案 排序
	0.104	0.637	0.258		
P ₁	0.491	0	0.406	0.157	4
P ₂	0.232	0.055	0.406	0.164	3
P ₃	0.092	0.564	0.094	0.393	1
P ₄	0.138	0.118	0.094	0.113	5
P ₅	0.046	0.263	0	0.172	2

第三节 层次分析法

[例] 某领导岗位需要增配一名领导者，现有甲、乙、丙三位候选人可供选择，选择的原则是合理兼顾以下六个方面——思想品德、工作成绩、组织能力、文化程度、年龄大小、身体状况。请用层次分析法对甲、乙、丙三人进行排序，给出最佳人选。

(1) 建立解决此问题的层次结构模型如下：



第三节 层次分析法

设评价和选拔干部的原则是：思想品德C6最重要，其次应年富力强（年轻C2、组织能力强C3）、文化程度高C1，再次是考虑工作成绩C5，同时也要考虑身体状况C4。

已知甲、乙、丙三个干部的大致情况如下：

甲：思想品德很好，工作成绩不错，但年龄偏大，只有大专文化，组织能力较差；

乙：思想品德较好，文化程度最高，身体状况好，工作阅历尚浅，经验不足、年龄适中；

丙：年轻、组织能力强，有本科学历，但思想品德一般、身体状况较差（经常请病假）。

第三节 层次分析法

(2) 分别构造判断矩阵，并进行计算和一致性检验

A	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	W
C ₁	1	1	1	4	1	1/2	0.15
C ₂	1	1	2	4	1	1/2	0.19
C ₃	1	1/2	1	5	3	1/2	0.19
C ₄	1/4	1/4	1/5	1	1/3	1/3	0.05
C ₅	1	1	1/3	3	1	1	0.12
C ₆	2	2	2	2	1	1	0.30

检验：

$$\lambda_{\max} = 6.35$$

$$CI = 0.104$$

$$CR = 0.084$$

$$< 0.1$$

具有满意的一致性

第三节 层次分析法

判断矩阵 $C_1 - P$

C_1	P_1	P_2	P_3	W
P_1	1	1/4	1/2	0.14
P_2	4	1	3	0.63
P_3	2	1/3	1	0.24

判断矩阵 $C_2 - P$

C_2	P_1	P_2	P_3	W
P_1	1	1/4	1/5	0.10
P_2	4	1	1/2	0.33
P_3	5	2	1	0.57

判断矩阵 $C_3 - P$

C_3	P_1	P_2	P_3	W
P_1	1	1/3	1/5	0.104
P_2	3	1	1/3	0.258
P_3	5	3	1	0.637

判断矩阵 $C_4 - P$

C_4	P_1	P_2	P_3	W
P_1	1	1/3	5	0.28
P_2	3	1	7	0.65
P_3	1/5	1/7	1	0.07

第三节 层次分析法

判断矩阵C₅— P

C ₅	P ₁	P ₂	P ₃	W
P ₁	1	1	7	0.47
P ₂	1	1	7	0.47
P ₃	1/7	1/7	1	0.07

判断矩阵C₆— P

C ₆	P ₁	P ₂	P ₃	W
P ₁	1	2	3	0.55
P ₂	1/2	1	3	0.24
P ₃	1/3	1/3	1	0.21

第三节 层次分析法

层次C 层次P	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	总排序 组合权值	人选 排序
	0.16	0.19	0.19	0.05	0.12	0.3		
P ₁ (甲)	0.14	0.1	0.104	0.28	0.47	0.55	0.295	3
P ₂ (乙)	0.63	0.33	0.258	0.65	0.47	0.24	0.37	1
P ₃ (丙)	0.24	0.57	0.637	0.07	0.07	0.21	0.343	2
$\lambda_{\max}^{(i)}$	3.02	3.02	3.037	3.06	3	3.018		
CR ⁽ⁱ⁾	0.017	0.017	0.032	0.059	0	0.016		

第三节 层次分析法

- 可见乙是最佳人选，因为他综合素质高（文化程度最高、身体状况好、工作成绩不错，且年龄适中、思想品德居中、组织能力也可以）。
- 丙也可以考虑，但思想品德和身体状况不理想影响了对他的评价。
- 从组合权值看，三个干部的差异不是太大，乙、丙、甲的排序只是相对比较而言，因为各有所长。最后定夺，应由组织干部部门领导决定。

层次分析法计算过程总结

1、建立层次结构模型

2、构造判断矩阵B

3、层次单排序—计算相对重要度

$$BW = \lambda_{\max} W \quad \lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n \frac{(BW)_i}{nW_i}$$

(求和法、方根法)

4、层次单排序中的一致性检验

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad CR = \frac{CI}{RI}$$

5、层次总排序—计算综合重要度

$$P_j = \sum_{i=1}^m c_i b_j^i$$

6、总排序的一致性检验

$$CI = \sum_{i=1}^m c_i CI_i \quad RI = \sum_{i=1}^m c_i RI_i \quad CR = \frac{CI}{RI}$$

讨论：层次分析法的不足

- 依靠定性思维建立判断矩阵，客观性不强。
- 判断矩阵的建立本身会因人而异，难以综合各位评价人员的意见，随意性强。
- 采用人类能够同时比较的**1-9标度**，对于因素较多、规模较大的复杂系统（如要素个数大于9），可能难以辨别差异。
- 结果只是方案的优劣顺序，不能回答方案是否可行。



主要内容

第一节 系统评价原理

第二节 关联矩阵法

第三节 层次分析法 (AHP)

第四节 模糊综合评判法

第四节 模糊综合评判法

■ 思想和原理

- 在客观世界中，存在着大量的模糊概念和模糊现象。
- ✓ 模糊概念即有一些概念和与它对立的概念无法划出一条明确的分界，他们是随着量变逐渐过渡到质变的。例如“年轻”和“年老”、“高与矮”、“胖与瘦”、“美与丑”等没有确切界限。
- ✓ 模糊现象即涉及模糊概念的现象。现实生活中的绝大多数现象，存在着中介状态，并非非此即彼，表现出亦此亦彼，存在着许多，甚至无穷多的中间状态。

第四节 模糊综合评判法

■ 思想和原理

- **模糊性**是事件本身状态的不确定性，或者说是指某些事物或者概念的边界不清楚，这种边界不清楚，不是由于人的主观认识达不到客观实际所造成的，而是事物的一种客观属性，是事物的差异之间存在着中间过渡过程的结果。

第四节 模糊综合评判法

- **模糊数学**就是试图利用数学工具解决模糊现象一门学科。

1965年，美国加州大学的控制论专家**扎德**发表了一篇题为《模糊集合》的重要论文，第一次成功地运用精确的数学方法描述了模糊概念，从而宣告了模糊数学的诞生。从此，模糊现象进入了人类科学研究的领域。

第四节 模糊综合评判法

- **模糊数学**着重研究“认知不确定”一类的问题，其研究对象具有“**内涵明确，外延不明确**”的特点。
- 一个事物往往需要用多个指标刻画其本质与特征，并且人们对一个事物的评价又往往不是简单的好与不好，而是采用模糊语言分为不同程度的评语。由于评价等级之间的关系是模糊的，没有绝对明确的界限，因此具有模糊性。
- 显而易见，对于这类模糊评价问题，利用经典的评价方法存在着不合理性。

第四节 模糊综合评判法

- **模糊综合评价**是借助模糊数学的一些概念，对实际的综合评价问题提供一些评价的方法。具体而言，**模糊综合评价**就是以模糊数学为基础，应用模糊关系合成的原理，将一些边界不清、不易定量的因素定量化，从多个因素对被评价事物隶属等级状况进行综合性评价的一种方法。

第四节 模糊综合评判法

- 应用模糊集合论方法对决策活动所涉及的人、物、事、方案等进行多因素、多目标的评价和判断，就是模糊综合评判，最早是由我国学者汪培庄提出的。其基本原理是：首先确定被评判对象的因素（指标）集和评价（等级）集；再分别确定各个因素的权重及它们的隶属度向量，获得模糊评判矩阵；最后把模糊评判矩阵与因素的权向量进行模糊运算并进行归一化，得到模糊评价综合结果。

第四节 模糊综合评判法

■ 模糊综合评判法的优点

- 数学模型简单，容易掌握
- 对多因素、多层次的复杂问题评判效果比较好，是别的数学分支和模型难以代替的方法
- 这种模型应用广泛，在许多方面，采用模糊综合评判的实用模型取得了很好的经济效益和社会效益。

第四节 模糊综合评判法

■ 例 教师教学质量的系统评价

表 5-20 某大学教师教学质量评价表（学生用）

课程名称：_____ 任课教师：_____ 填表班级：_____

评价项目 评价结果 评价等级 评价项目及权重	好	较好	一般	较差
1. 准备充分，内容熟练 (0.15)	9	14	2	0
2. 思路清晰，逻辑性强 (0.10)	3	14	7	1
3. 板书整洁，图线醒目 (0.10)	5	15	5	0
4. 深入浅出，讲述生动 (0.15)	1	10	11	3
5. 辅导负责，答疑认真 (0.10)	2	11	12	0
6. 作业适当，批改认真 (0.10)	5	14	6	0
7. 启发思维，培养能力 (0.15)	4	6	13	2
8. 要求严格，学有收获 (0.15)	3	8	12	2
综合评价				

第四节 模糊综合评判法

表 5-21 某教师教学质量综合评价结果

课程名称：_____ 任课教师：_____ 评价人数：25

隶属度 评价等级 评价项目及权重	好 (100)	较好 (85)	一般 (70)	差 (55)	说明
1 (0.15)	0.36	0.56	0.08	0	该隶属度是表 5-20 中评价结果占总人数的比重，即由表 5-20 每行数值除以 25 所得的结果
2 (0.10)	0.12	0.56	0.28	0.04	
3 (0.10)	0.2	0.6	0.2	0	
4 (0.15)	0.04	0.4	0.44	0.12	
5 (0.10)	0.08	0.44	0.48	0	
6 (0.10)	0.2	0.56	0.24	0	
7 (0.15)	0.16	0.24	0.52	0.08	
8 (0.15)	0.12	0.32	0.48	0.08	
综合隶属度	0.162	0.444	0.348	0.046	综合评价结果
综合得分	80.83				

第四节 模糊综合评判法

1. 确定因素集 F 和评定（语）集 E

因素集 F 即评价项目或指标的集合，一般有 $F = \{f_i\}$ ， $i=1, 2, \dots, n$ 。如在引例中， $F = \{f_1, f_2, \dots, f_8\}$ 。

评定集或评语集 E 即评价等级的集合，一般有 $E = \{e_j\}$ ， $j=1, 2, \dots, m$ 。如在引例中， $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\} = \{\text{好}, \text{较好}, \text{一般}, \text{较差}\}$ 。

2. 统计、确定单因素评价隶属度向量，并形成隶属度矩阵 R

隶属度是模糊综合评判中最基本和最重要的概念。所谓隶属度 r_{ij} ，是指多个评价主体对某个评价对象在 f_i 方面做出 e_j 评定的可能性大小（可能性程度）。隶属度向量 $R_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$ ， $i=1, 2, \dots, n$ ， $\sum_{j=1}^m r_{ij} = 1$ ，隶属度矩阵 $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)^T = (r_{ij})$ 。

如在引例中， $n=8$ ， $m=4$ ，隶属度矩阵为

$$R = \begin{pmatrix} 0.36 & 0.56 & 0.08 & 0 \\ 0.12 & 0.56 & 0.28 & 0.04 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 & 0 \\ 0.04 & 0.4 & 0.44 & 0.12 \\ 0.08 & 0.44 & 0.48 & 0 \\ 0.2 & 0.56 & 0.24 & 0 \\ 0.16 & 0.24 & 0.52 & 0.08 \\ 0.12 & 0.32 & 0.48 & 0.08 \end{pmatrix}$$

第四节 模糊综合评判法

3. 确定权重向量 W_F 等

W_F 为评价项目或指标的权重或权系数向量。如在引例中, $W_F = (0.15, 0.10, 0.10, 0.15, 0.10, 0.10, 0.15, 0.15)$ 。

另外, 还可有评定 (语) 集的数值化结果 (标准满意度向量) W'_E 或权重 W_E (W'_E 归一化的结果)。如在引例中, $W'_E = (100, 85, 70, 55)$, $W_E = (0.32, 0.27, 0.23, 0.18)$ 。

若有考评集 $T = \{\text{第一次考评}, \text{第二次考评}, \dots, \text{第 } r \text{ 次考评}\}$ 时, 还应有不同考评次数的权重向量 $W_T = (W_{t1}, W_{t2}, \dots, W_{tr})$ 。

使用 W_F 和 W_E 为“双权法”, 使用 W_F 和 W'_E 是“总分法”。在引例中采用的是总分法。

4. 按某种运算法则, 计算综合评定向量 (综合隶属度向量) S 及综合评定值 (综合得分) μ

通常 $S = W_F R$, $\mu = W'_E S^T$ 。如在引例中, $S = (0.162, 0.444, 0.348, 0.046)$, $\mu = 80.83$ 。

第四节 模糊综合评判法

2. 模糊子集

所谓给定了论域 U 上的一个模糊子集 $\underline{A}$ ，是指对于任意 $u \in U$ ，都指定了一个数 $\gamma_A(u) \in [0, 1]$ ，叫作 u 对 $\underline{A}$ 的隶属程度， γ_A 叫作 $\underline{A}$ 的隶属函数。

(1) 模糊子集 $\underline{A}$ 完全由隶属函数来刻画，在某种意义上， $\underline{A}$ 与 γ_A 等价，记作 $\underline{A} \Leftrightarrow \gamma_A$ 。

(2) $\gamma_A(u)$ 表示 u 对 $\underline{A}$ 的隶属度大小，当 γ 的值域为 $[0, 1]$ 时， γ_A 蜕化成一个普通子集的特征函数， $\underline{A}$ 蜕变成一普通子集。

在有限论域上的模糊子集可写成（不是分式求和，只是一种表示方法）

$$\begin{aligned}\underline{A} &= \frac{\gamma_A(u_1)}{u_1} + \frac{\gamma_A(u_2)}{u_2} + \cdots + \frac{\gamma_A(u_n)}{u_n} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\gamma_A(u_i)}{u_i}\end{aligned}$$

分母是论域 U 中的元素，即 $U = \{u_1, u_2, \cdots, u_n\}$ ；分子是相应元素的隶属度（ u 对 $\underline{A}$ 的隶属程度）。

如在引例中，考虑了 F 和 E 两个论域， W_F 是 F 上的一个模糊子集。 R 可以看作 $F \times E$ 上的一个模糊子集， S 是 E 上的一个模糊子集（因而是模糊评判的结果）。

第四节 模糊综合评判法

3. 最大隶属（度）原则（最大贴近度原则）

设 $\underline{A}_1, \underline{A}_2, \dots, \underline{A}_n$ 是论域 U 上的 n 个模糊子集, u_0 是 U 的固定元素。

若 $\gamma_{A_i}(u_0) = \max(\gamma_{A_1}(u_0), \gamma_{A_2}(u_0), \dots, \gamma_{A_n}(u_0))$, 则认为 u_0 相对隶属于模糊子集 $\underline{A}_i$ 。

引例中, 若设 $U = \{\text{教师甲}, \text{教师乙}, \text{教师丙}\} = \{u_0, u_1, u_2\}$, A_1 : 教学质量好, A_2 : 较好, A_3 : 一般, A_4 : 较差

$$A_1 = \frac{\gamma_{A_1}(u_0)}{\text{教师甲}} + \frac{\gamma_{A_1}(u_1)}{\text{教师乙}} + \frac{\gamma_{A_1}(u_2)}{\text{教师丙}} = \frac{0.162}{\gamma_0} + \dots$$

$$A_2 = \frac{\gamma_{A_2}(u_0)}{\text{教师甲}} + \dots = \frac{0.444}{\gamma_0} + \dots$$

$$A_3 = \frac{\gamma_{A_3}(u_0)}{\text{教师甲}} + \dots = \frac{0.348}{\gamma_0} + \dots$$

$$A_4 = \frac{\gamma_{A_4}(u_0)}{\text{教师甲}} + \dots = \frac{0.046}{\gamma_0} + \dots$$

则 $\gamma_{A_i}(u_0) = \max(0.162, 0.444, 0.348, 0.046) = 0.444 = \gamma_{A_2}(u_0)$, 即相对认为教师甲属于教学质量较好的这一类教师。

第四节 模糊综合评判法

■ 例 模糊评价法在矿业工程中的应用

矿山开采过程中存在对多个因素的优化问题，特别是矿山设计过程针对多个方案的选择。对于矿山设计这样一个复杂的系统工程，由于地质资料的误差、一些统计方法的局限性、某些价格指标的不确定性、不能定量描述的影响因素，以及不可预见的政治经济因素及市场行情的变化等，使得设计本身带有较大的模糊性。对它的判断大多是模糊推理，因此可以采用模糊评价法进行科学评价，以作出合理决策。

如某露天矿曾由国内多家设计单位做过可行性方案设计，现选择其中3个方案设计结果应用模糊评价模型进行评价。

第四节 模糊综合评判法

各方案参比的技术经济指标如表所示，其中，第一层次的指标为：

$U = \{\text{价值指标, 实物指标, 时间指标}\} = \{u_1, u_2, u_3\}$

第一层指标又分为若干个第二层次指标。

评判集 $v = \{\text{很好, 较好, 好, 差}\} = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$

表 4-22 各设计方案指标集与权重系数

指标集	权系数	单位	A 方案	B 方案	C 方案
价值					
时间指标	0.40				
总投资	0.40	亿元	27.41	10.41	12.00
单位投资	0.30	元/t	102.00	115.62	100.00
单位成本	0.30	元/t	16.38	15.15	19.45
实物指标	0.25				
生产能力	0.15	万 t/a	2 700	900	1 200
定 员	0.25	人	4 701	1 840	2 809
工 效	0.25	t/工	19.84	8.00	12.87
基建量	0.10	万 m³	9 779	1 934	4 700
初期剥采比	0.25	m³/t	8.6	3.0	4.0
时间指标	0.35				
基建期	0.50	月	36	28	24
达产期	0.50	月	36	48	48

第四节 模糊综合评判法

单因素评判矩阵 $\mathbf{R}$ 的建立,利用专家评分法让每位专家填写一张评价表,对各项指标作出自己的评价,如表 4-23 所列。统计各位专家对各项指标的评价结果则可得到 $\mathbf{R}$ 中各元素 r_{ij} 的值。例如,参评专家有 10 位,对总投资一项评价结果为:很好:2 位,较好:6 位,好:2 位,差:0 位,则得 $r_{11}=0.2, r_{12}=0.6, r_{13}=0.2, r_{14}=0$ 。同理,可得其他的 r_{ij} (含义为第 i 项指标对第 j 个评语等级的隶属度),见表 4-24。

表 4-23

专家评分表(如 C 方案)

指标集	很好	较好	好	差
总投资		√		
单位投资	√			
单位成本			√	

第四节 模糊综合评判法

表 4-24

各方案单因素及综合评定结果

指标集	权系数	A 方案				B 方案				C 方案			
总投资	0.40	0.0	0.2	0.4	0.4	0.6	0.3	0.1	0.0	0.4	0.5	0.1	0.0
单位投资	0.30	0.0	0.6	0.3	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.2	0.2	0.0
单位成本	0.30	0.4	0.5	0.1	0.0	0.6	0.3	0.1	0.0	0.3	0.2	0.4	0.1
生产能力	0.15	0.6	0.2	0.2	0.0	0.1	0.2	0.4	0.3	0.2	0.4	0.3	0.1
定 员	0.25	0.0	0.2	0.6	0.2	0.2	0.6	0.1	0.1	0.1	0.5	0.3	0.1
工 效	0.25	0.4	0.4	0.2	0.0	0.0	0.3	0.4	0.3	0.4	0.3	0.2	0.1
基建量	0.10	0.0	0.2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.2	0.0	0.2	0.4	0.3	0.1
初期剥采比	0.25	0.0	0.1	0.7	0.2	0.5	0.4	0.1	0.0	0.4	0.3	0.2	0.1
基建期	0.50	0.1	0.2	0.5	0.2	0.2	0.3	0.3	0.2	0.3	0.3	0.2	0.2
达产期	0.50	0.2	0.4	0.2	0.2	0.1	0.5	0.3	0.1	0.1	0.5	0.3	0.1
综合评定向量 (归一化)		0.15	0.33	0.34	0.18	0.29	0.31	0.21	0.18	0.29	0.38	0.23	0.10
综合评定值		72.70				75.34				77.51			



THANK YOU

谢谢大家!

