



中南大學
CENTRAL SOUTH UNIVERSITY

矿业系统工程

资源与安全工程学院
采矿工程系 杨珊 副教授



第四章 网络系统

在实际生活及工业生产中，经常遇到一类由**许多节点通过线路连成的网络系统**，在线路中存在**物料、能量或信息**的流动。

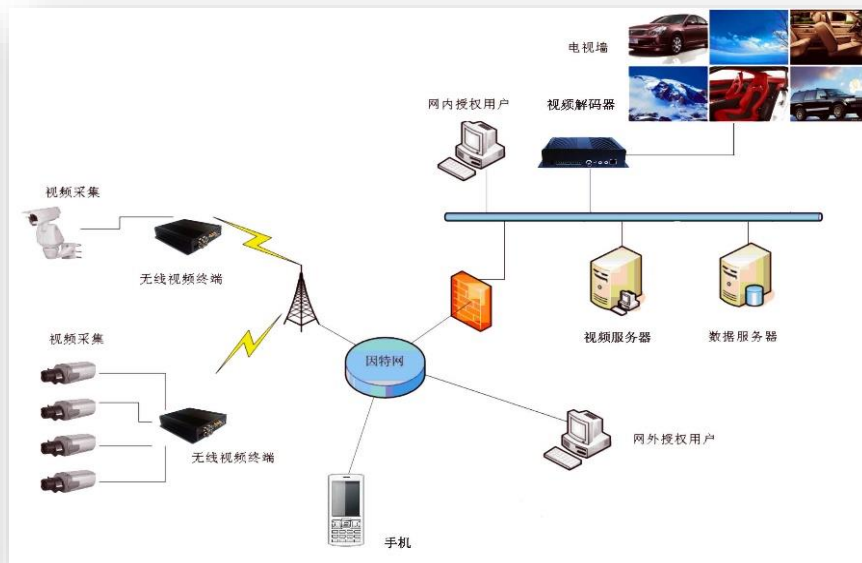
- 铁路、公路运输网，由线路把站点连接成网络，有客流或者货流在网络内运动。
- 矿山的通风网络是由巷道风量流组成的网络，是**向空间延伸的网络**。





第四章 网络系统

- 生产计划或工作计划是按相互关系绘制成网络形式,可认为是沿时间展开的网络。
- 计算机的程序框图也是某种形式的网络。
- 设备更新、任务指派等工作,也可转化为网络问题来分析。





系统工程中遇到的网络系统问题,有相当一部分是网络流的优化问题,也就是在网络节点或支路有某些约束的条件下,希望系统某一指标(如路径长度、流量、费用)取最小或最大值的问题。

- 这类问题有的可用线性规划或整数规划求解,属于组合优化范围。
- 当节点与支路数目很少时,用枚举法就能解决问题。节点与支路数多的时候,需要利用搜索法求解以及计算机来解决。



1 最短路径问题

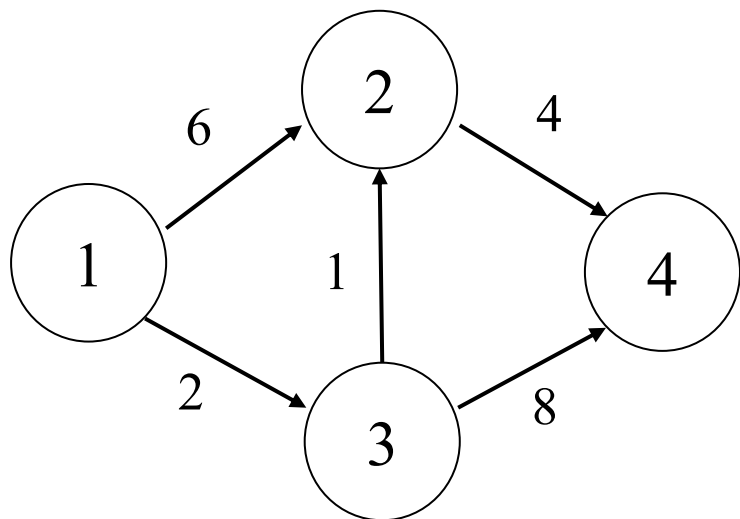
2 最大流问题

3 网络计划方法

第一节 最短路径问题

1.1 问题的提出

最短路径问题：就是在一个网络中，相连节点间线路长度是已知的，现在要从某一起点到某一终点，找出路径最短的一条路线来。找到最短路径，可以节省时间、运费，减少消耗。



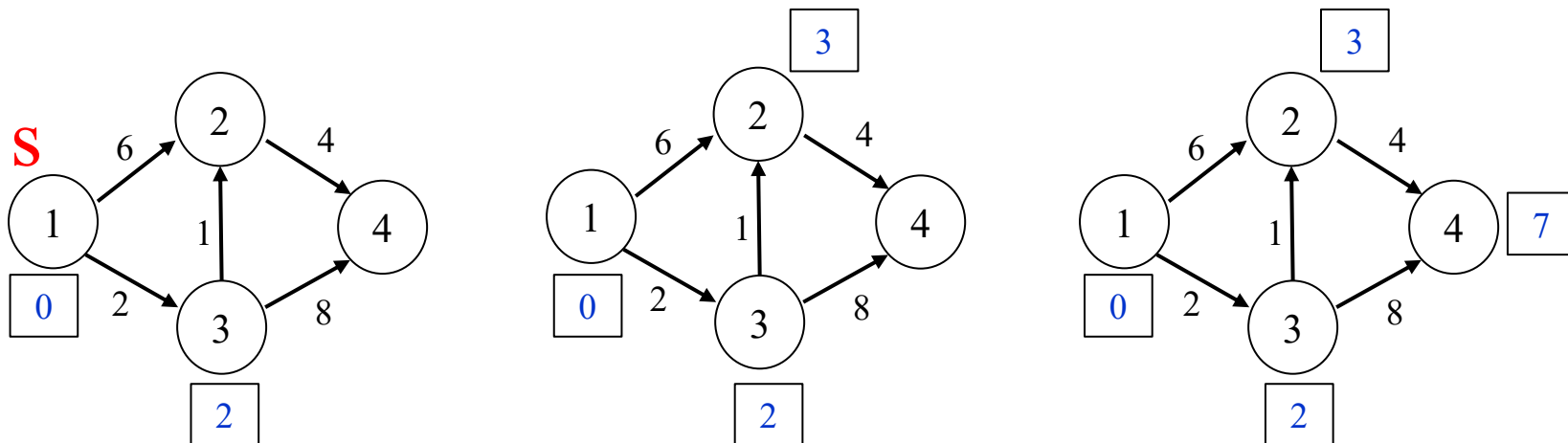
从节点1到节点4怎么走
路径最短???

第一节 最短路径问题

1.2 标记法

Dijkstra(迪杰斯特拉)算法是典型的单源最短路径算法。

主要特点是以起始点为中心向外层层扩展，直到扩展到终点为止。



第一节 最短路径问题

1.3 算法步骤

①对于每一个节点*i*来说，可以给它加上临时标记*T(i)*或永久标记*P(i)*。

- 临时标记*T(i)*是从起点到节点*i*的最短路径长度的上界。
- 永久标记*P(i)*是从起点到节点*i*的最短路径长度。

一开始只能给起点加上永久标记，而给其余节点以临时标记为 ∞ 。

$$P(1) = 0$$

$$T_0(i) = \infty \quad (i = 2, 3, \dots, n)$$

第一节 最短路径问题

在上面的例子中：

$$P(1) = 0$$

$$T_0(2) = \infty$$

$$T_0(3) = \infty$$

$$T_0(4) = \infty$$

其中 T_0 的脚注(下标)为零，表明是初始值。

第一节 最短路径问题

②对所有没得到永久标记的节点进行新一轮的标记，给每一个节点 i 以新的临时标记 $T(i)$ 。第1轮标记时，新的临时标记为 $T_1(i)$ ，可按下式计算：

$$T_1(i) = \min[T_0(i), P(1) + d_{1i}]$$

$$T_1(2) = \min[T_0(2), P(1) + d_{12}] = \min[\infty, 0 + 6] = 6$$

$$T_1(3) = \min[T_0(3), P(1) + d_{13}] = \min[\infty, 0 + 2] = 2$$

$$T_1(4) = \min[T_0(4), P(1) + d_{14}] = \min[\infty, 0 + \infty] = \infty$$

在 $T_1(2)$ ， $T_1(3)$ ， $T_1(4)$...中找出最小的那一个，

例中的 $T_1(3)=2$ ，这样就可以给节点3以永久标记：

$$P(3) = T_1(3) = 2$$

第一节 最短路径问题

③以上面得到的永久标记为基准，通过计算比较，进行第2轮标记。

$$T_2(i) = \min[T_1(i), P(3) + d_{3i}]$$

即为：

$$T_2(2) = \min[T_1(2), P(3) + d_{32}] = \min[6, 2 + 1] = 3$$

$$T_2(4) = \min[T_1(4), P(3) + d_{34}] = \min[\infty, 2 + 8] = 10$$

两者相比， $T_2(2)$ 小，所以节点2得到永久标记；

$$P(2) = T_2(2) = 3$$

第一节 最短路径问题

④同样进行第3轮标记：

$$T_3(i) = \min[T_2(i), P(2) + d_{2i}]$$

现在上例只有节点4未加上永久标记了，因此：

$$T_3(4) = \min[T_2(4), P(2) + d_{24}] = \min[10, 3 + 4] = 7$$

因它是唯一的一个 $T_3(i)$ 值，所以也是最小的一个，
因而它也可以加上永久标记：

$$P(4) = T_3(4) = 7$$

第一节 最短路径问题

这样一直做标记，等所有节点都加上了永久标记为止。

永久标记值便是最短路径长度。在每次计算 $T(i)$ 时，同时确定一个占优序号 $PRIOR(i)$ ，即为最短路径上一串节点的序号。

例如，上例在进行第1轮计算时， $T_1(2)$ ， $T_1(3)$ ， $T_1(4)$ 都是由于方括号中含 $P(1)$ 的项占优势而得出的，所以：

$$PRIOR_1(2) = 1$$

$$PRIOR_1(3) = 1$$

$$PRIOR_1(4) = 1$$

第一节 最短路径问题

第2轮计算时, $T_2(2)$, $T_2(4)$ 都因含 $P(3)$ 项占优势而得出, 所以:

$$PRIOR_2(2) = 3, PRIOR_2(4) = 2$$

第3轮计算时, $T_3(4)$ 因含 $P(2)$ 项占优势而得出, 所以:

$$PRIOR_3(4) = 2$$

- 从 $PRIOR_3(4)=2$ 找到终点4应该回溯到节点2;
- 再由 $PRIOR_2(2) = 3$ 找到节点3;
- 又由 $PRIOR_1(3)=1$ 找到节点1;

倒推回去是4—2—3—1, 即1—3—2—4是最短路径。

第一节 最短路径问题

1.4 设备更新

某矿山需要使用1台设备，它的购价是：第1年买需要11000元，第2年买同样也是11000元，第3年买则要12000元，第4年买也是12000元，第5年买则要13000元。

设备购进后，维修费为第1年5000元，第2年6000元，第3年8000元，第4年11000元，第5年18000元。

该矿需要使用这个设备5年。

买进后连续用5年和用一两年再更新相比，哪一个更划算呢？

第一节 最短路径问题

- 如果买进后连续使用5年(每年进行维修), 则总投资为:

$$11000+5000+6000+8000+11000+18000=59000(\text{元})$$

- 如果每年更新, 则5年总投资为:

$$(11000+5000)+(11000+5000)+(12000+5000)+(13000+5000)+\\(13000+5000)=84000(\text{元})$$

第一节 最短路径问题

- 如果第1年购进用两年、第3年更新再用两年、第5年又更新，
则总投资为：

$$(11000+5000+6000)+(12000+5000+6000)+(13000+5000)=$$

63000(元)

由此可见，方案不同，投资不同。

什么方案可使投资最少呢？

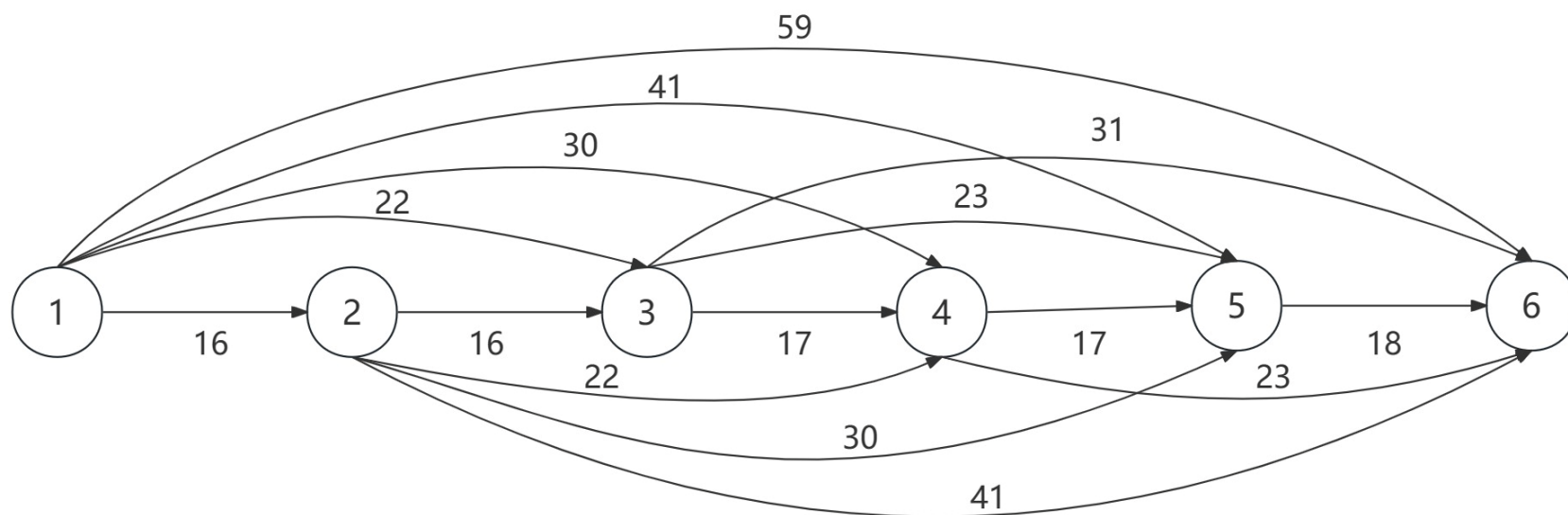
第一节 最短路径问题

最短路径问题示例

每个节点表示一年的开始，节点6表示第5年终了。

每条支路系数表明这段期间的投资(连购置带维修)。

各系数值 d_{ij} 可用下列矩阵表示(单位为千元)。



第一节 最短路径问题

各系数值 d_{ij} 可用下列矩阵表示(单位为千元)。

$$\begin{bmatrix} 0 & 16 & 22 & 30 & 41 & 59 \\ \infty & 0 & 16 & 22 & 30 & 41 \\ \infty & \infty & 0 & 17 & 23 & 31 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 17 & 23 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & 18 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix}$$

初始值为：

$$P(1) = 0$$

$$T_0(2) = \infty$$

$$T_0(3) = \infty$$

$$T_0(4) = \infty$$

$$T_0(5) = \infty$$

$$T_0(6) = \infty$$

第一节 最短路径问题

第1轮标记:

$$T_1(2) = \min[\infty, 0 + 16] = 16, PRIOR_1(2) = 1$$

$$T_1(3) = \min[\infty, 0 + 22] = 22, PRIOR_1(3) = 1$$

$$T_1(4) = \min[\infty, 0 + 30] = 30, PRIOR_1(4) = 1$$

$$T_1(5) = \min[\infty, 0 + 41] = 41, PRIOR_1(5) = 1$$

$$T_1(6) = \min[\infty, 0 + 59] = 59, PRIOR_1(6) = 1$$

因而得到永久标记:

$$P(2) = T_1(2) = 16$$

第一节 最短路径问题

第2轮标记:

$$T_2(3) = \min[22, 16 + 16] = 22, PRIOR_3(3) = 1$$

$$T_2(4) = \min[30, 16 + 22] = 30, PRIOR_3(4) = 1$$

$$T_2(5) = \min[41, 16 + 30] = 41, PRIOR_3(5) = 1$$

$$T_2(6) = \min[59, 16 + 41] = 57, PRIOR_3(6) = 2$$

因而得到永久标记:

$$P(3) = T_2(3) = 22$$

这里应该指出的是: $T_2(6)$ 因有 $P(2)$ 项占优势而使
 $PRIOR_2(6)=2$, 而 $T_2(3)$, $T_2(4)$, $T_2(5)$ 则因 $P(2)$ 项未占优势,
还是上一轮计算出的但占优势, 占优序号仍是1。

第一节 最短路径问题

第3轮标记:

$$T_3(4) = \min[30, 22 + 17] = 30, PRIOR_3(4) = 1$$

$$T_3(5) = \min[41, 22 + 23] = 41, PRIOR_3(5) = 1$$

$$T_3(6) = \min[59, 22 + 31] = 53, PRIOR_3(6) = 3$$

因而得到永久标记:

$$P(4) = T_3(4) = 30$$

第一节 最短路径问题

第4轮标记:

$$T_4(5) = \min[41, 30 + 17] = 41, PRIOR_4(5) = 1$$

$$T_4(6) = \min[53, 30 + 23] = 53, PRIOR_4(6) = 4 \text{或} 3$$

因而得到永久标记:

$$P(5) = T_4(5) = 41$$

第5轮标记:

$$T_5(6) = \min[53, 41 + 18] = 53, PRIOR_5(6) = 4 \text{或} 3$$

第一节 最短路径问题

所有的节点都加上了永久标记，同时得到了最短路径。

倒推是：6-3-1或6-4-1，顺着则是：1-3-6或1-4-6。

(1) 可以在第1年买1台设备，用两年。第3年再更新，用3年。这时总投资为：

$$(11000+5000+6000)+(12000+5000+6000+8000)=53000(\text{元})$$

(2) 也可以在第1年买进，用3年。第4年再更新，用两年。这时总投资为：

$$(11000+5000+6000+8000)+(12000+5000+6000)=53000(\text{元})$$

显然可见，两方实施效果是一样的。



1 最短路径问题

2 最大流问题

3 网络计划方法

第二节 最大流问题

最大流问题

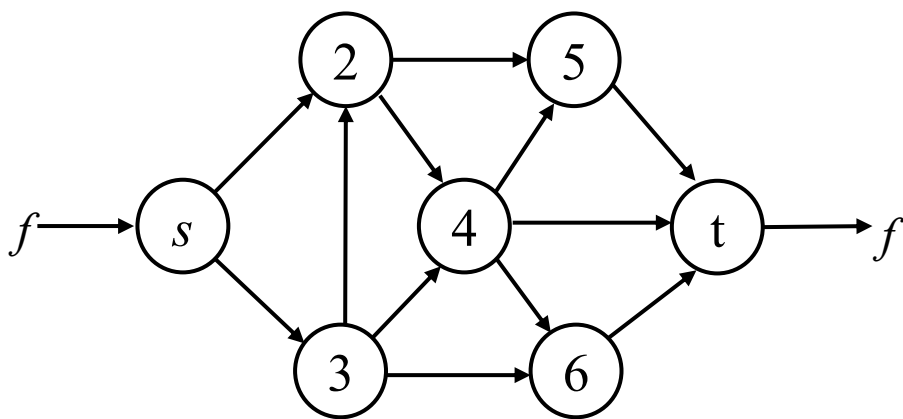
是研究在网络的每一支路容量一定时，从网络的某一点到另一点的最大流量究竟有多大的问题。

“流”，可以是运输系统中的货物流，也可以是通风网络中的风流。线路对它们都有一定的容量限制。

研究某一起点到某一终点间最大流量是很有实际意义的。

第二节 最大流问题

连接节点 i 和 j 是支路 (i, j) ，从 i 到 j 的流量用 $x(i, j)$ 表示，从节点 i 流出的总流量为 $\sum_{j \in S(i)} x(i, j)$ ，其中 $S(i)$ 为可直接到达 i 节点的节点集合。同样，如果用 $x(j, i)$ 表示由节点 j 流往节点 i 的流量，则流入节点 i 的总流量为 $\sum_{j \in R(i)} x(j, i)$ ，其中 $R(i)$ 为可直接到达 i 节点的节点集合。



将从外面流入物资、流量的节点称为源节点，用 s 表示；汇集的节点称为汇节点，用 t 表示。

第二节 最大流问题

则对每个节点来说，存在下列关系：

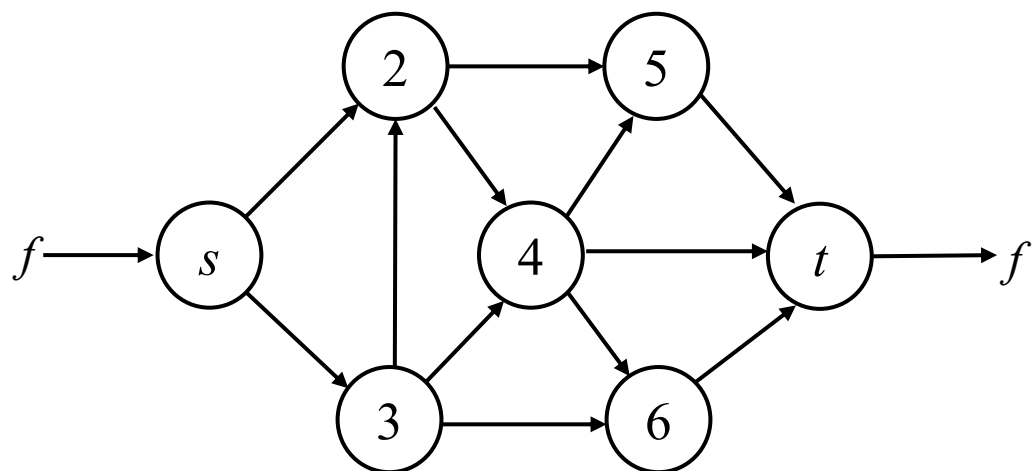
$$\sum_{j \in S(i)} x(i, j) - \sum_{j \in R(i)} x(j, i) = 0$$

这个方程叫做**流量守恒方程**。

寻求最大流问题，就是在能量守恒条件和下列约束条件下，求 f 的极大值问题，其中 $c(i, j)$ 是支路 (i, j) 的容量。

$$0 \leq x(i, j) \leq C(i, j)$$

第二节 最大流问题



例如，在图3-4所示的网络系统中：

对于节点s来说： $x(s, 2) + x(s, 3) = f$

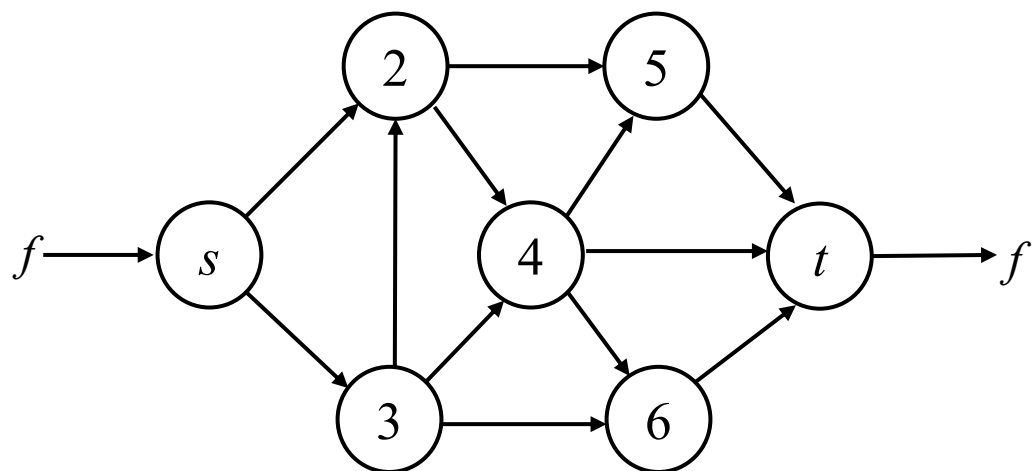
对于节点2来说： $x(2, 5) + x(2, 4) - x(s, 2) - x(3, 2) = 0$

对于节点3来说： $x(3, 4) + x(3, 6) + x(3, 2) - x(s, 3) = 0$

对于节点4来说：

$$x(4, 5) + x(4, t) + x(4, 6) - x(2, 4) - x(3, 4) = 0$$

第二节 最大流问题



对于节点5来说: $x(5, t) - x(2, 5) - x(4, 5) = 0$

对于节点6来说: $x(6, t) - x(4, 6) - x(3, 6) = 0$

所以 $f = x(s, 2) + x(s, 3) = x(4, t) + x(5, t) + x(6, t)$

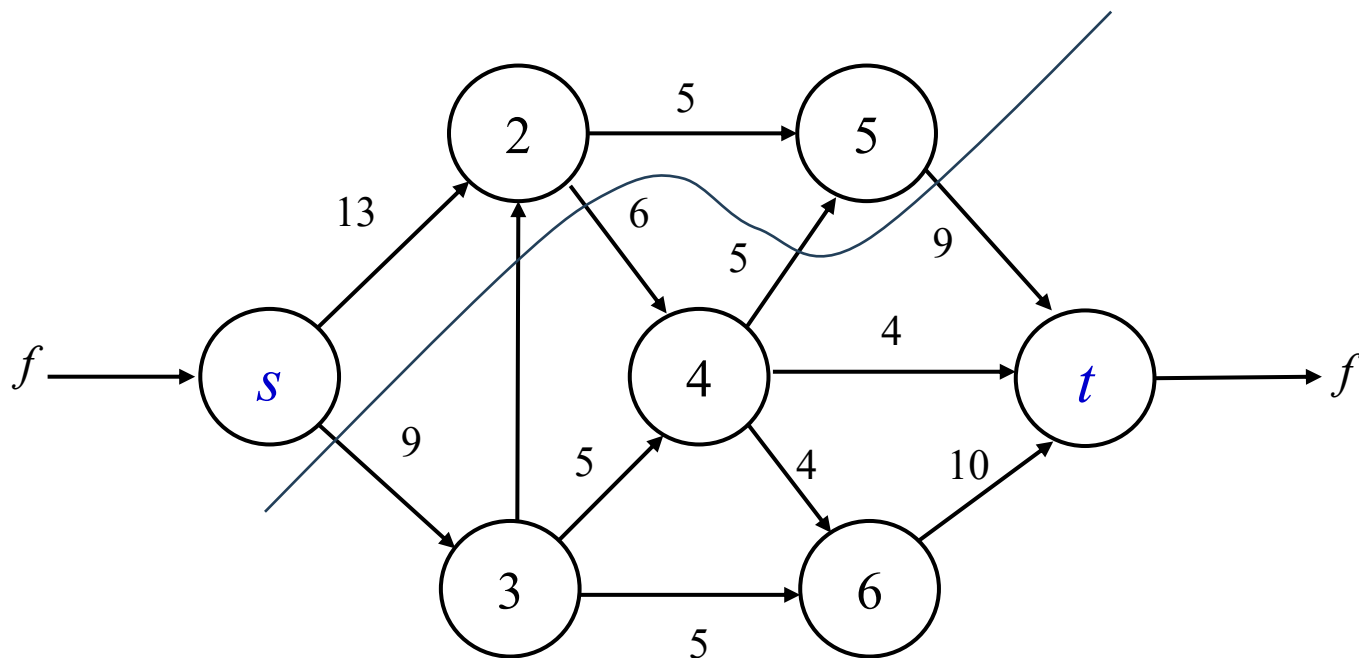
求最大流问题, 就是求 $\max f$ 。

第二节 最大流问题

网络拓扑结构分析

“最大流-最小割定理”：网络中从源节点 s 到汇节点 t 的最大流量和割元容量。

割元容量：指割元中各支路容量的和。



第二节 最大流问题

S	$\bar{S}$	割 元	割元容量
s	$2,3,4,5,6,t$	$(s,2),(s,3)$	22
$s,2$	$3,4,5,6,t$	$(s,3),(2,5),(2,4)$	20
$s,3$	$2,4,5,6,t$	$(s,2),(3,4),(3,2),(3,6)$	27
$s,2,3$	$4,5,6,t$	$(2,5),(2,4),(3,4),(3,6)$	21
$s,2,3,4$	$5,6,t$	$(2,5),(4,5),(4,6),(4,t),(3,6)$	23
$s,2,3,4,5,6$	t	$(4,t),(5,t)$	23
$s,3,6$	$2,4,5,t$	$(s,2),(3,2),(3,4),(6,t)$	32
$s,2,4,5$	$3,6,t$	$(s,3),(4,6),(4,t),(5,t)$	26
$s,3,4,6$	$2,5,t$	$(s,2),(3,2),(4,5),(4,t),(6,t)$	36
$s,2,5$	$3,4,6,t$	$(s,3),(2,4),(5,t)$	24
$s,2,3,4,5$	$6,t$	$(3,6),(4,6),(4,t),(5,t)$	22



1 最短路径问题

2 最大流问题

3 网络计划方法

第三节 网络计划方法

一、问题的提出

网络计划技术，又称为**统筹方法**，是一种组织生产和进行计划管理的科学方法。

其基本原理是以工作任务的**工时**为时间因素，按照工作的先后顺序和相互关系作出网络图，然后进行时间参数计算，找出**关键工作**和**关键路线**，再对网络计划合理安排，得到**最优方案**。

第三节 网络计划方法

一、问题的提出

网络计划技术是用于工程项目的计划与控制的一项管理技术，它是上世纪五十年代发展起来的一种编制与优化大型工程进度计划的有效方法。网络计划技术已被公认为当前最为行之有效的管理方法之一。

实践证明，应用网络计划技术组织与管理工程项目一般能缩短工期**20%**左右，降低成本**10%**左右。

第三节 网络计划方法

网络计划技术的起源和发展

- ❑ 1956年，杜邦公司和兰德公司合作运用关键路线法（Critical Path Method, CPM）
- ❑ 1957年，美国北极星导弹项目的计划评审技术（Program Evaluation and Review Technique, PERT）
- ❑ 1960s年，CPM和PERT在工业、农业、科研、军事等方面广泛运用。如空间系统发展计划、“阿波罗”宇宙飞船、“百老汇”的演出。
- ❑ 1965年，华罗庚在我国开始推广应用CPM和PERT科学方法，取名为统筹法。

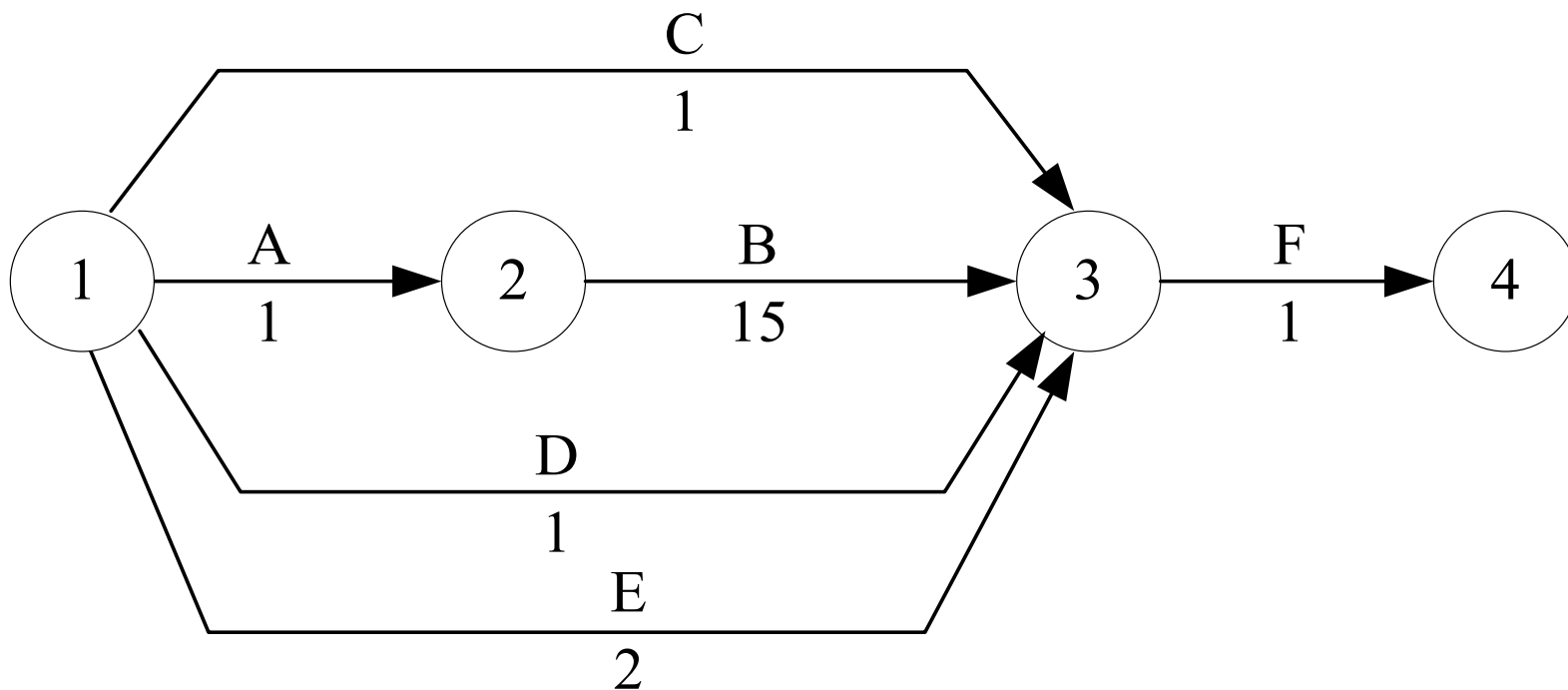
第三节 网络计划方法

二、网络计划图的绘制

工作	工作代号	持续 时间	紧前 工作
洗开水壶	A	1	—
烧开水	B	15	A
洗茶壶	C	1	—
洗茶杯	D	1	—
拿茶叶	E	2	—
泡茶	F	1	B、C、D、E

第三节 网络计划方法

二、网络计划图的绘制



第三节 网络计划方法

1. 网络计划图的术语及一般规定

- **网络图**：由工序、事项及标有完成各道工序所需时间等参数所构成的网状图形。网络图又称为箭线图，由带箭头的线和节点组成，箭线表示工作(或工序、活动)，节点表示事项。
- **事项**：表示一道或若干道工序的开始或结束，也可以把箭头图的始点和终点称为事项。

第三节 网络计划方法

- **工序（工作）**：为了完成某项工程，在工艺技术和组织管理上相对独立的活动，称为工序。一个工程由若干道工序组成。工序需要消耗一定的人力、物力等资源，并需经过一定的时间。通常在网络图中用一个箭线（→）来表示一道工序。
- **虚工序**：用虚箭线（-->）表示，它表示**工时为零，不消耗任何资源的虚构工作**，其作用是为了正确表示工作的**前行后继关系**。
- **紧前工序**：紧挨一道工序之前的那几道工序。
- **紧后工序**：紧挨一道工序之后的那几道工序。

第三节 网络计划方法

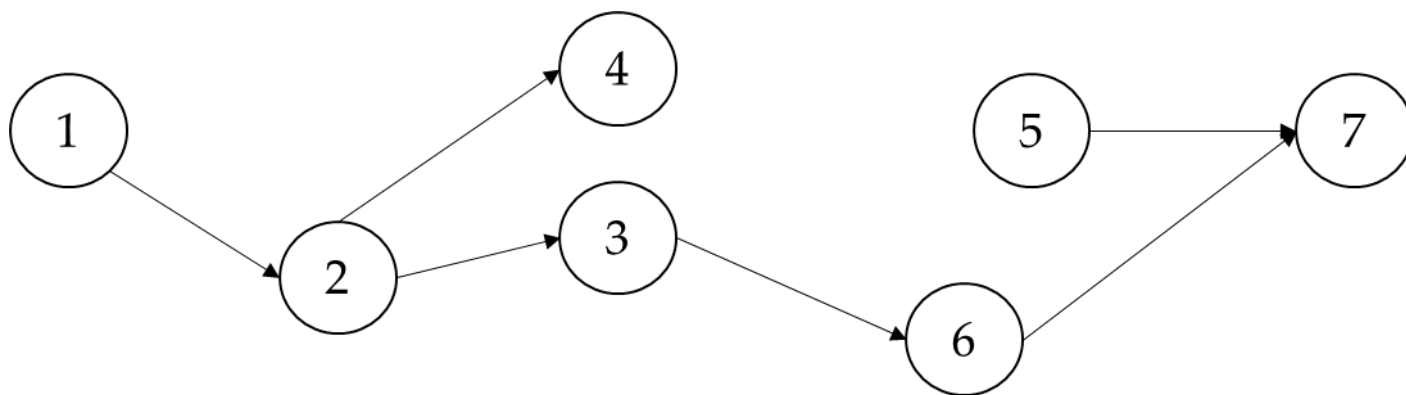
■ 网络图的绘制规则

- 把表示各个工作的箭线按照先后顺序及逻辑关系，由左至右排列画成图；
- 再给节点统一编号；
- 节点1表示整个计划的开始（总开工事项），图中最大数码 n 表示计划结束事项（总完工事项）；
- 节点由小到大编号，对任一工序 (i, j) 而言，要求 $i < j$ 。

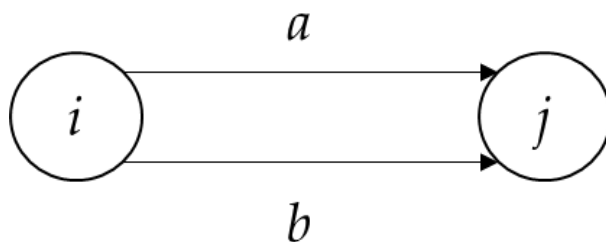
第三节 网络计划方法

■ 绘制网络图的注意点

- 网络图只能有一个总起点事项，一个总终点事项。

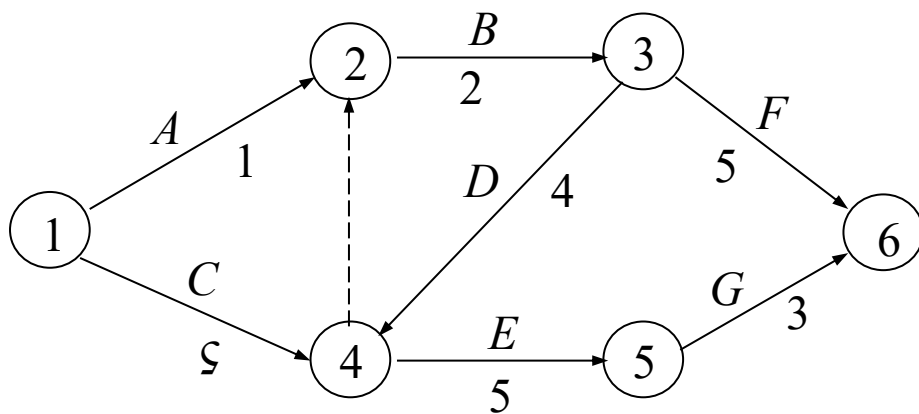
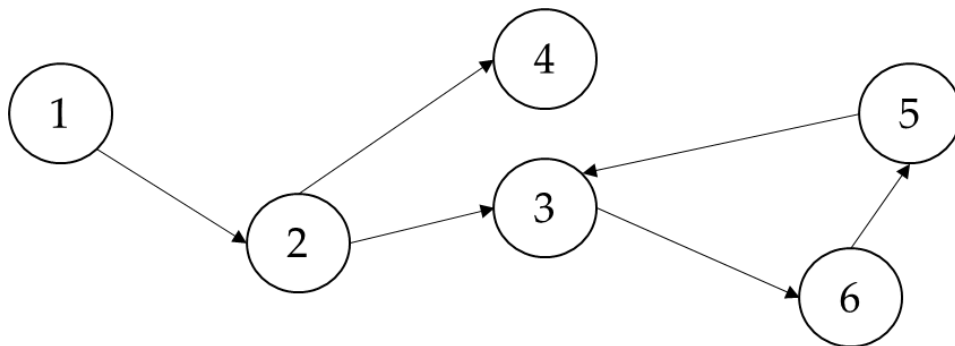


- 节点 i , j 之间不允许有两道或两道以上工序。



第三节 网络计划方法

- 网络图是有向图，不允许有回路。

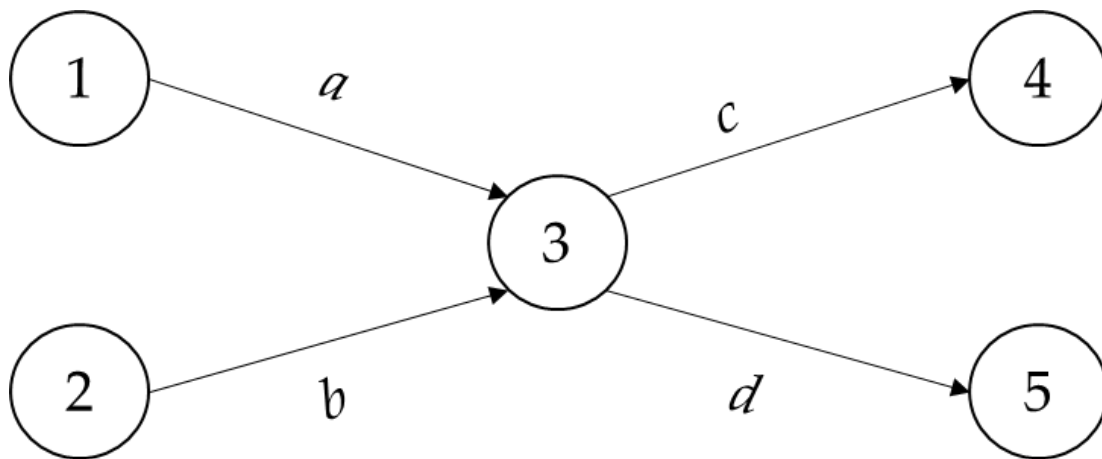


有循环回路错误的网络图

第三节 网络计划方法

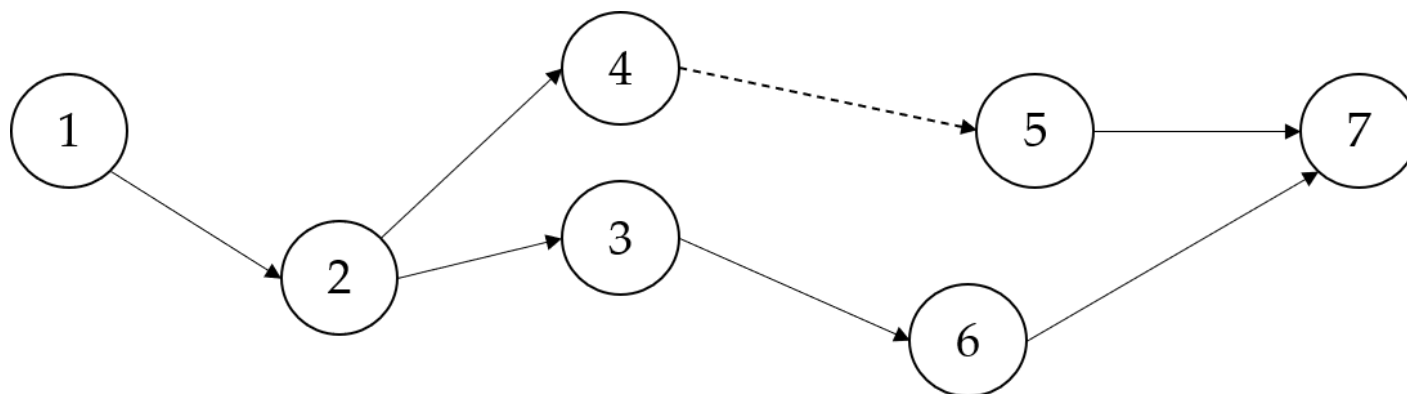
- 必须正确表达已定的逻辑关系。必须正确表示工序之间的前行、后继关系。

如要表示 c 必须在 a , b 均完工后才能开工, 而 d 只要在 b 完工后即可开工, 则图中表示有错误。



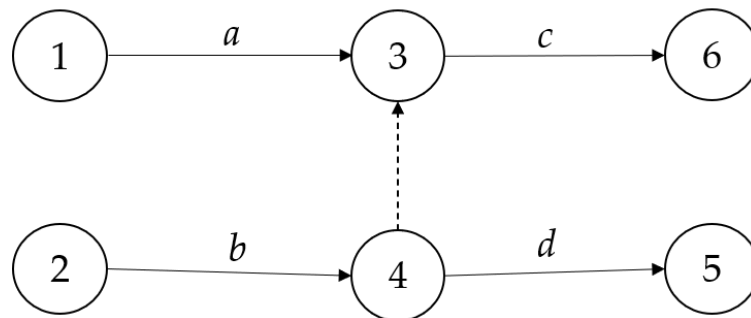
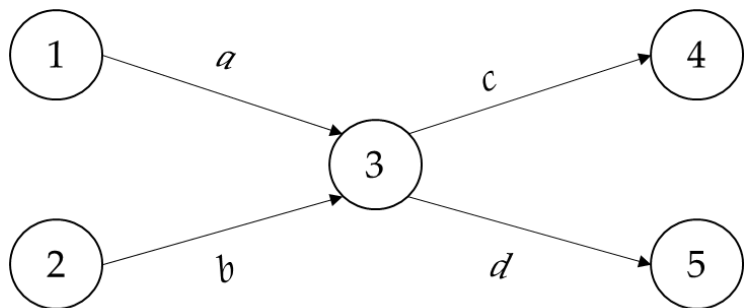
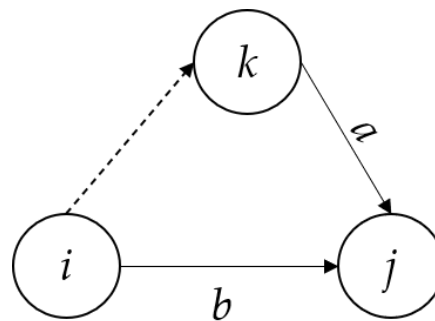
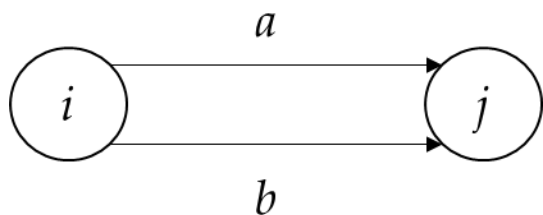
第三节 网络计划方法

● 虚工序的运用



第三节 网络计划方法

● 虚工序的运用



第三节 网络计划方法

● 虚工序的运用

虚工序还可以表示平行与交叉工序。一道工序可以分几道工序同时进行，称为**平行工序**。两道或两道以上的工序交叉进行，称为**交叉工序**。

如图（a）巷道维护需12天。如果增加工人分为3组同时进行，可将网络图变为图（b）。

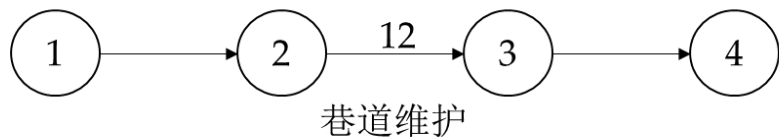


图 (a)

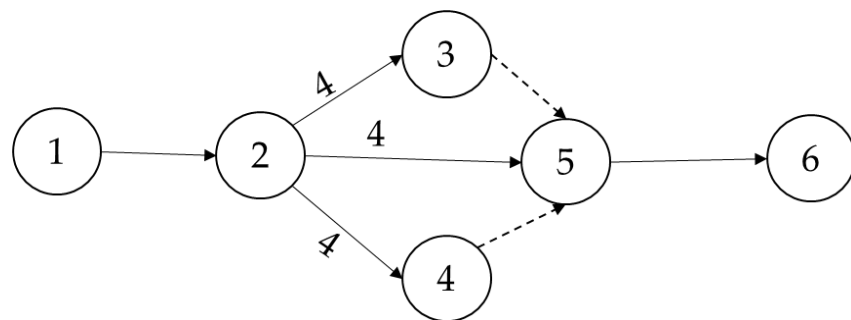


图 (b)

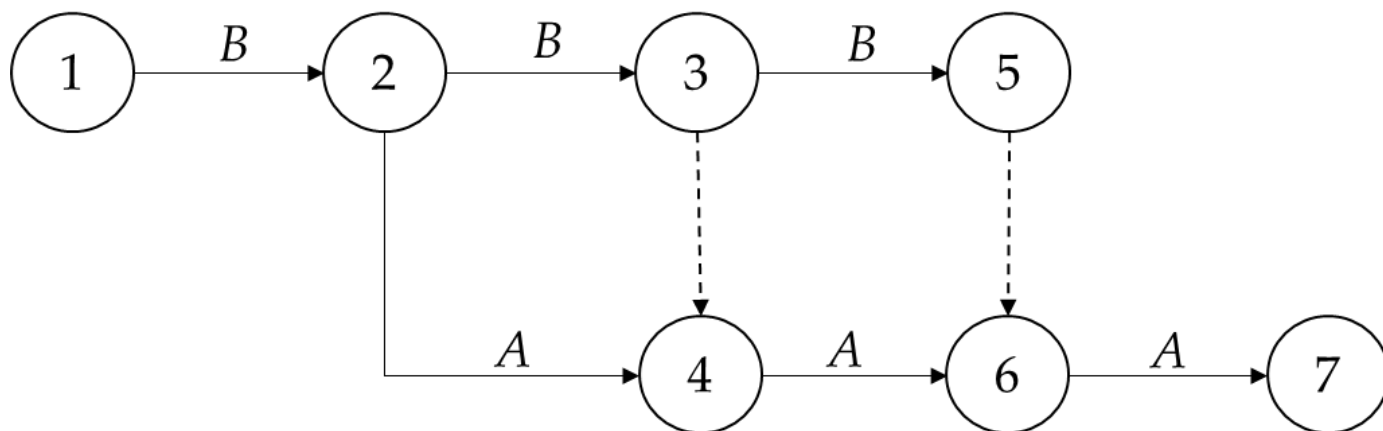
第三节 网络计划方法

● 虚工序的运用

两件或两件以上的工序交叉进行，称为**交叉工序**。

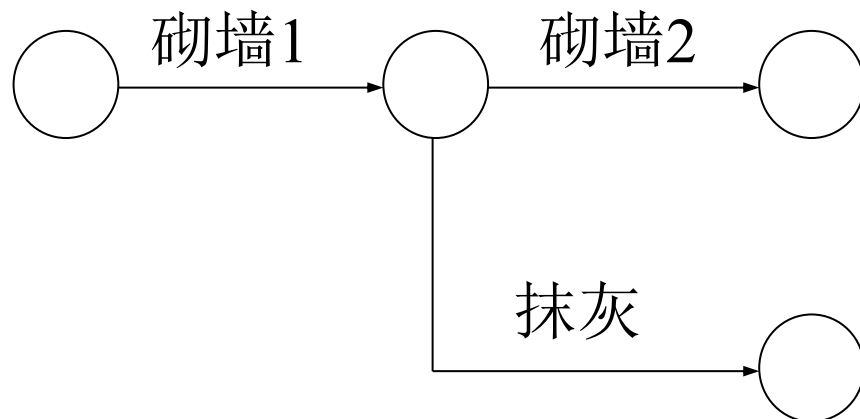
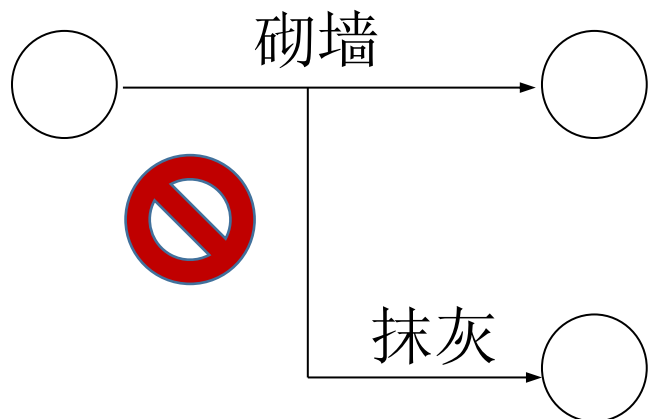
如工序A与工序B分别表示出矿和临时支护，那么它们的关系可以是边出矿边进行临时支护，不必等到出完矿以后再进行临时支护。

可用交叉工序表示，将出矿和临时支护各分为三段进行。

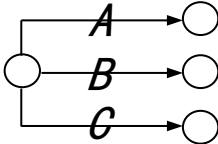
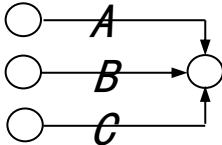
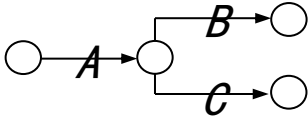
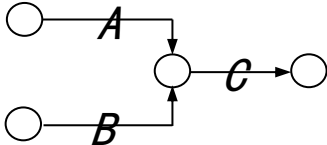


第三节 网络计划方法

- 网络图中严禁出现没有箭头节点或没有箭尾节点的箭线。



网络计划图绘制方法

	工作之间的逻辑关系	网络图中的表示方法	说明
1	<i>A</i> 工作完成后进行 <i>B</i> 工作		<i>A</i> 工作制约着 <i>B</i> 工作的开始, <i>B</i> 工作依赖着 <i>A</i> 工作
2	<i>A</i> 、 <i>B</i> 、 <i>C</i> 三项工作同时开始		<i>A</i> 、 <i>B</i> 、 <i>C</i> 三项工作称为平行工作
3	<i>A</i> 、 <i>B</i> 、 <i>C</i> 三项工作同时结束		<i>A</i> 、 <i>B</i> 、 <i>C</i> 三项工作称为平行工作
4	有 <i>A</i> 、 <i>B</i> 、 <i>C</i> 三项工作。只有 <i>A</i> 完成后, <i>B</i> 、 <i>C</i> 才能开始		<i>A</i> 工作制约着 <i>B</i> 、 <i>C</i> 工作的开始, <i>B</i> 、 <i>C</i> 为平行工作
5	有 <i>A</i> 、 <i>B</i> 、 <i>C</i> 三项工作。 <i>C</i> 工作只有在 <i>A</i> 、 <i>B</i> 完成后才能开始		<i>C</i> 工作依赖着 <i>A</i> 、 <i>B</i> 工作, <i>A</i> 、 <i>B</i> 为平行工作

第三节 网络计划方法

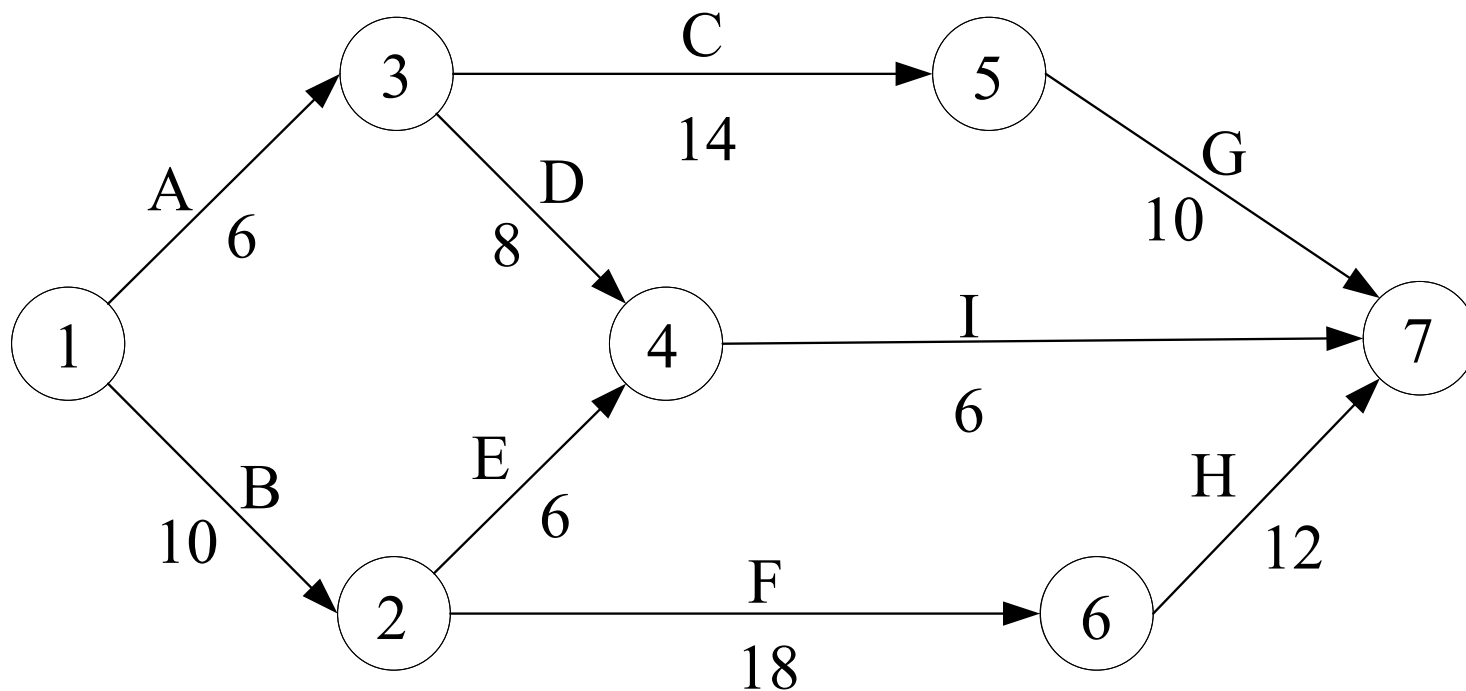
2. 网络计划图的绘制

例1 根据以下的工作明细表绘制网络图。

工作代号	工作名称	工作持续时间（周）	紧前工作
A	设备运送	6	无
B	场所准备	10	无
C	控制系统的建立	14	A
D	设备安装	8	A
E	地下连接	6	B
F	程序联系	18	B
G	作业人员培训	10	C
H	原材料运送与准备	12	F
I	设施的检查与安装	6	D, E

第三节 网络计划方法

2. 网络计划图的绘制



第三节 网络计划方法

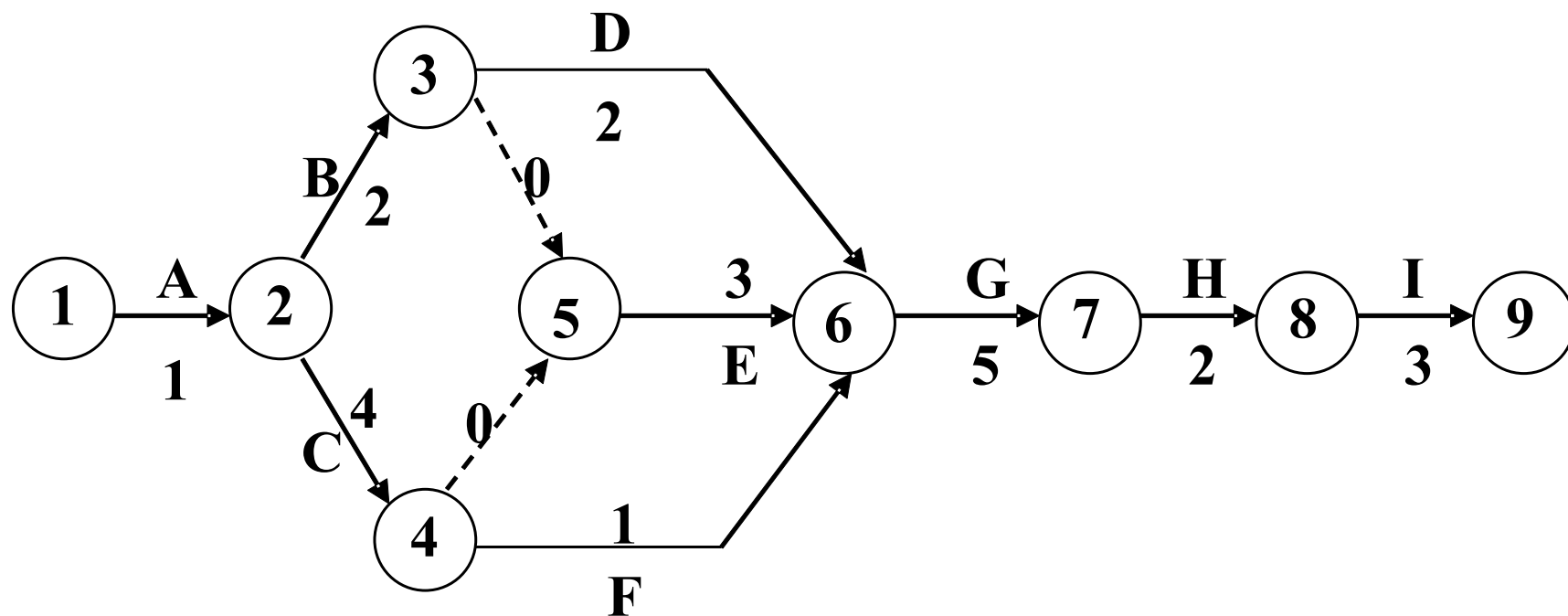
2. 网络计划图的绘制

根据下表的数据绘制网络图。

工作代号	工作名称	工作持续时间（天）	紧前工作
A	初步研究	1	-
B	研究选点	2	A
C	准备调研方案	4	A
D	联系调研点	2	B
E	培训工作人员	3	B, C
F	准备表格	1	C
G	实地调研	5	D, E, F
H	写调研报告	2	G
I	开会汇总	3	H

第三节 网络计划方法

2. 网络计划图的绘制



第三节 网络计划方法

随堂练习

1、已知某网络图各工作间逻辑关系如下，试绘制网络图。

工作	A	B	C	D	E	F
紧前工作	—	A	A	B	BC	DE

第三节 网络计划方法

随堂练习

2、已知某网络图各工作间逻辑关系如下，试绘制网络图。

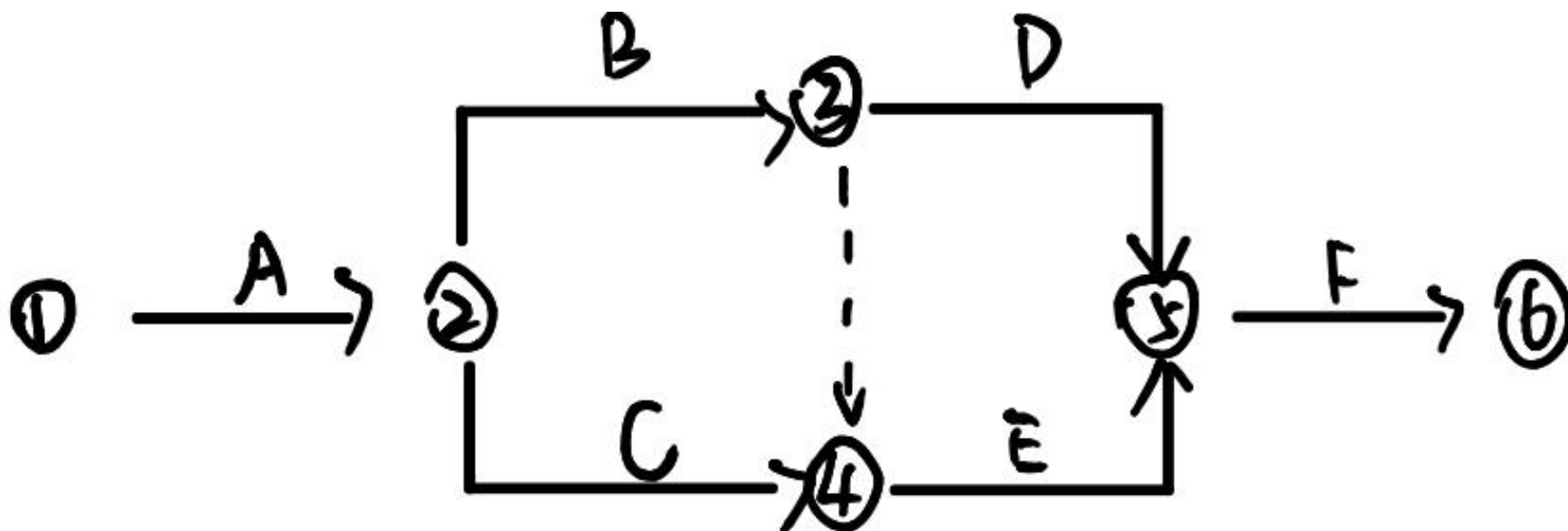
工作	A	B	C	D	E	F	G	H
紧前工作	—	A	B	B	B	DE	CE	FG
紧后工作	B	CDE	G	F	FG	H	H	—

第三节 网络计划方法

练习答案

1、已知某网络图各工作间逻辑关系如下，试绘制网络图。

工作	A	B	C	D	E	F
紧前工作	—	A	A	B	BC	DE

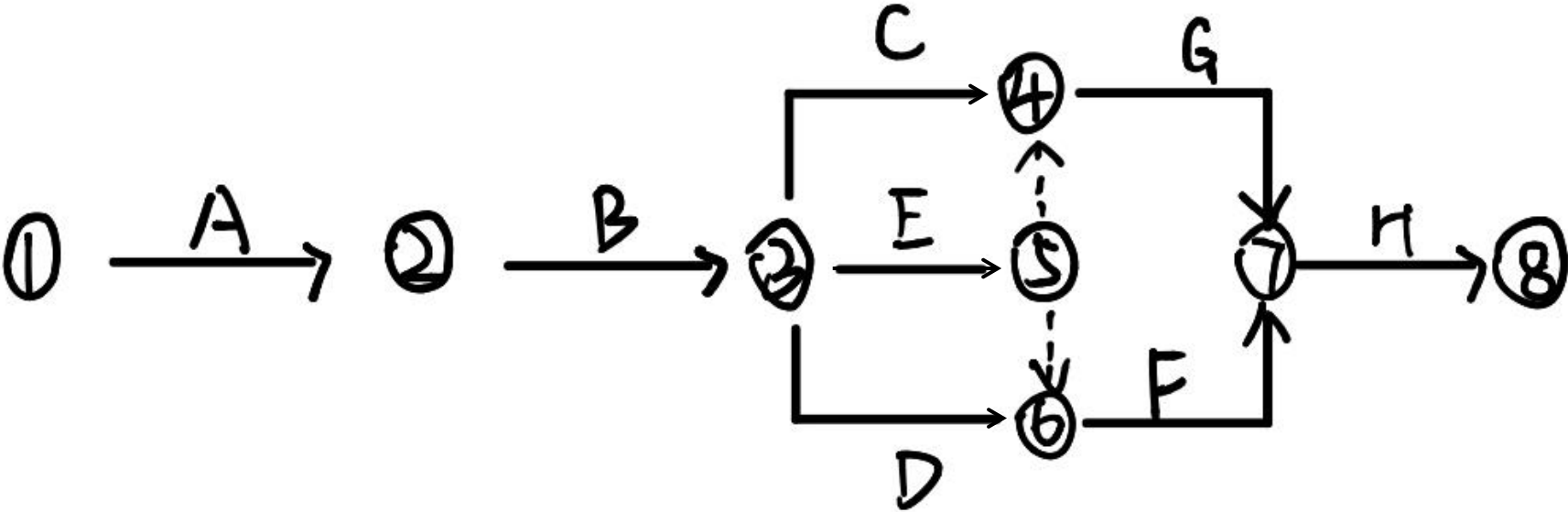


第三节 网络计划方法

练习答案

2 、已知某网络图各工作间逻辑关系如下，试绘制网络图。

工作	A	B	C	D	E	F	G	H
紧前工作	—	A	B	B	B	DE	CE	FG
紧后工作	B	CDE	G	F	FG	H	H	—



第三节 网络计划方法

三、关键路线

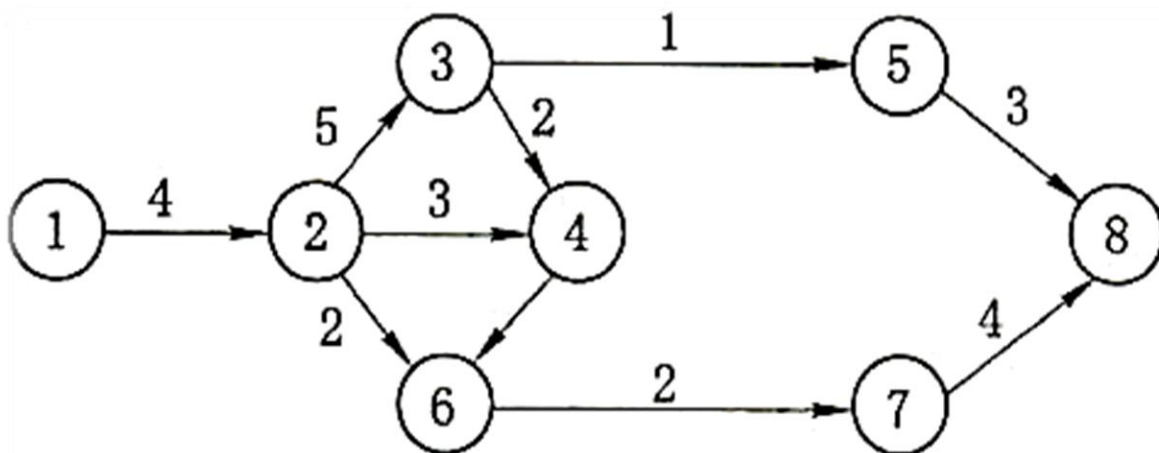
在网络图中，从始点开始，按照各道工序的顺序，连续不断地到达终点的一条通路，称为**路**。通常把网络图中**需时最长**的路称为**关键路线**，或称主要矛盾线。关键路线的工序称为**关键工序**。如果能够缩短或延长关键工序的完工时间，就可以提前或推迟工程的完工时间。

第三节 网络计划方法

图中，有四条路线分别为：

- ✓ ①→②→③→⑤→⑧,完成各工序所需时间为： $4+5+1+3=13$;
- ✓ ①→②→④→⑥→⑦→⑧,完成各工序所需时间为： $4+3+4+2+4=17$;
- ✓ ①→②→⑥→⑦→⑧,完成各工序所需时间为： $4+2+2+4=12$;
- ✓ ①→②→③→④→⑥→⑦→⑧,完成各工序所需时间为： $4+5+2+4+2+4=21$ 。

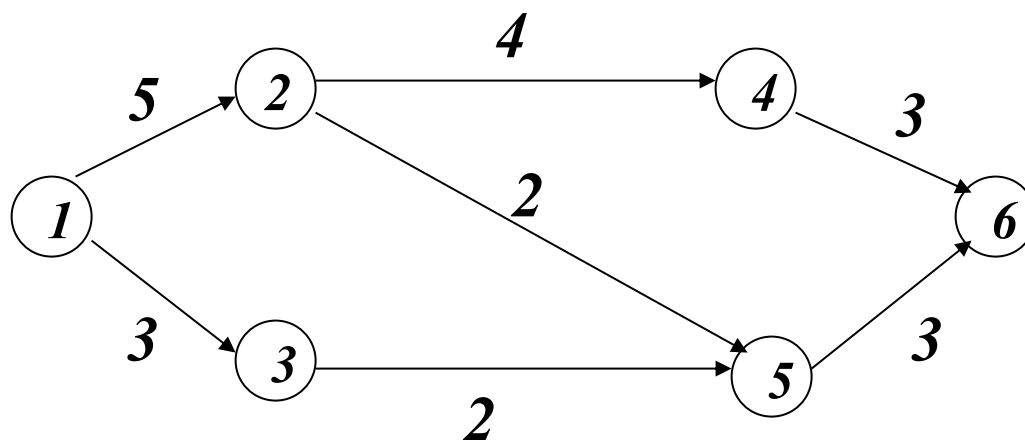
其中，①→②→③→④→⑥→⑦→⑧所需时间最长，则为该网络图的关键路线。



第三节 网络计划方法

随堂小练习

寻找关键路线（总时间最长的路线）？



第三节 网络计划方法

四、工序时间 $t(i,j)$ 的确定

(1)确定型

指具备工时定额和劳动定额的任务中,工序的工时 $t(i,j)$ 可以用定额资料确定。

(2)概率型

指对工序所需工时难以准确估计的任务中,可以采用三点时间估计法来确定工序的工时。每道工序的期望工时可估计为:

$$t(i,j) = \frac{a+4m+b}{6}$$

式中 a ——最快可能完成时间（最乐观时间）；

m ——最可能完成时间；

c ——最慢可能完成时间（最悲观时间）。

第三节 网络计划方法

五、时间参数的计算

■ **时间参数**是指工作或节点所具有的各种时间值。

- 节点的最早时间
- 节点的最迟时间
- 工作的最早开始时间
- 工作最早完成时间
- 工作最迟开始时间
- 工作最迟完成时间等

第三节 网络计划方法

五、时间参数的计算

■ 时间参数的计算方法有**工作计算法**和**节点计算法**两种。

(1) 工作计算法是直接计算各项工作的时间参数的方法；

(2) 节点计算法是先计算节点时间参数，再计算各项工作的时间参数的方法。

■ 时间参数的计算都应在确定各项工作的持续时间之后进行。

虚工作必须视同工作进行计算，其持续时间为零。

第三节 网络计划方法

□ 节点计算法

1、节点时间参数

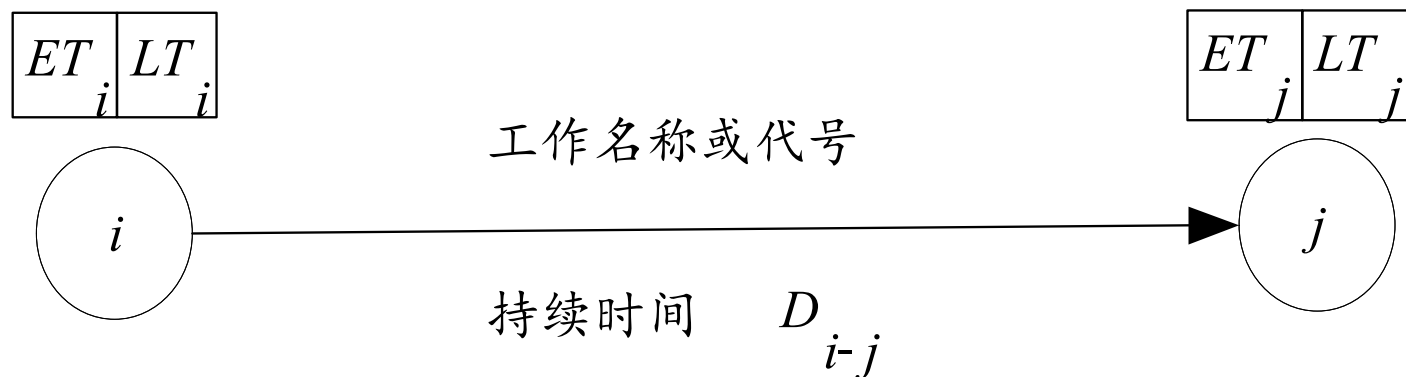
(1) 节点最早时间 (earliest event time)

以该节点为开始节点的各项工作的**最早开始时间**，节点 i 的最早时间记为 ET_i 。

(2) 节点最迟时间 (latest event time)

以该节点为完成节点的各项工作的**最迟完成时间**，节点 i 的最迟时间记为 LT_i 。

第三节 网络计划方法



节点 i 的最早时间 ET_i 应从网络计划的起点节点开始，顺着箭线方向依次逐项计算。起点节点的最早时间等于零。

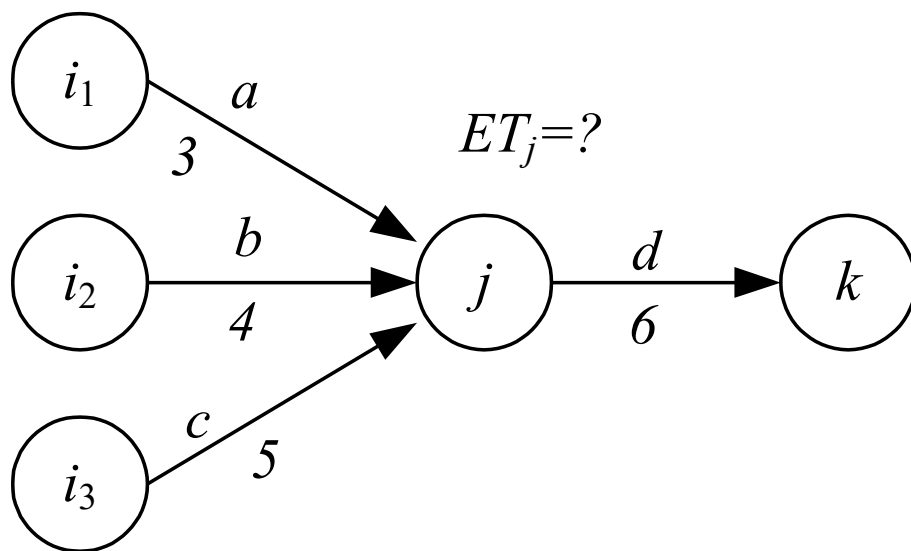
当节点 j 只有一条内向箭线时，最早时间为：

$$ET_j = ET_i + D_{i-j}$$

第三节 网络计划方法

当节点 j 有多条内向箭线时，其最早时间为：

$$ET_j = \max \{ET_i + D_{i-j}\}$$



第三节 网络计划方法

● 工期与节点最迟时间

根据节点计算法计算出来的终点节点 n 的最早时间 ET_n 就是网络计划的计算工期，即： $T_c = ET_n$

节点 i 的最迟时间 LT_i 应从网络计划的终点节点开始，逆着箭线方向依次逐项计算。

终点节点 n 的最迟时间等于网络计划的工期。

其他节点的最迟时间 LT_i 的计算公式：

$$LT_i = \min \{ LT_j - D_{i-j} \}$$

第三节 网络计划方法

□ 节点计算法

2、工作时间参数

(1) 工作的最早开始时间

工作的最早开始时间是各紧前工作全部完成后，本工作有可能开始的最早时刻。

工作 $i-j$ 的最早开始时间计算公式： $ES_{i-j} = ET_i$

(2) 工作的最早完成时间

工作的最早完成时间是各紧前工作全部完成后，本工作有可能完成的最早时刻。

工作 $i-j$ 的最早完成时间计算公式： $EF_{i-j} = ET_i + D_{i-j}$

第三节 网络计划方法

□ 节点计算法

2、工作时间参数

(3) 工作的最迟完成时间

工作的最迟完成时间是在不影响整个任务按期完成的前提下，工作必须完成的最迟时刻。

工作 $i-j$ 的最迟完成时间的计算公式： $LF_{i-j} = LT_j$

(4) 工作的最迟开始时间

工作的最迟开始时间是在不影响整个任务按期完成的前提下，工作必须开始的最迟时刻。

工作 $i-j$ 的最迟开始时间的计算公式： $LS_{i-j} = LT_j - D_{i-j}$

第三节 网络计划方法

□ 节点计算法

2、工作时间参数

(5) 工作的总时差

总时差是在不影响总工期的前提下，本工作可以利用的机动时间。工作 $i-j$ 总时差的计算公式为：

$$TF_{i-j} = LT_j - ET_i - D_{i-j} = \text{最迟完成} - \text{最早完成}$$

(6) 工作的自由时差

自由时差是在不影响其紧后工作最早开始时间的前提下，本工作可以利用的机动时间。工作 $i-j$ 的自由时差的计算公式为：

$$FF_{i-j} = ET_j - ET_i - D_{i-j} \\ = \text{紧后工作最早开始} - \text{本工作最早完成}$$

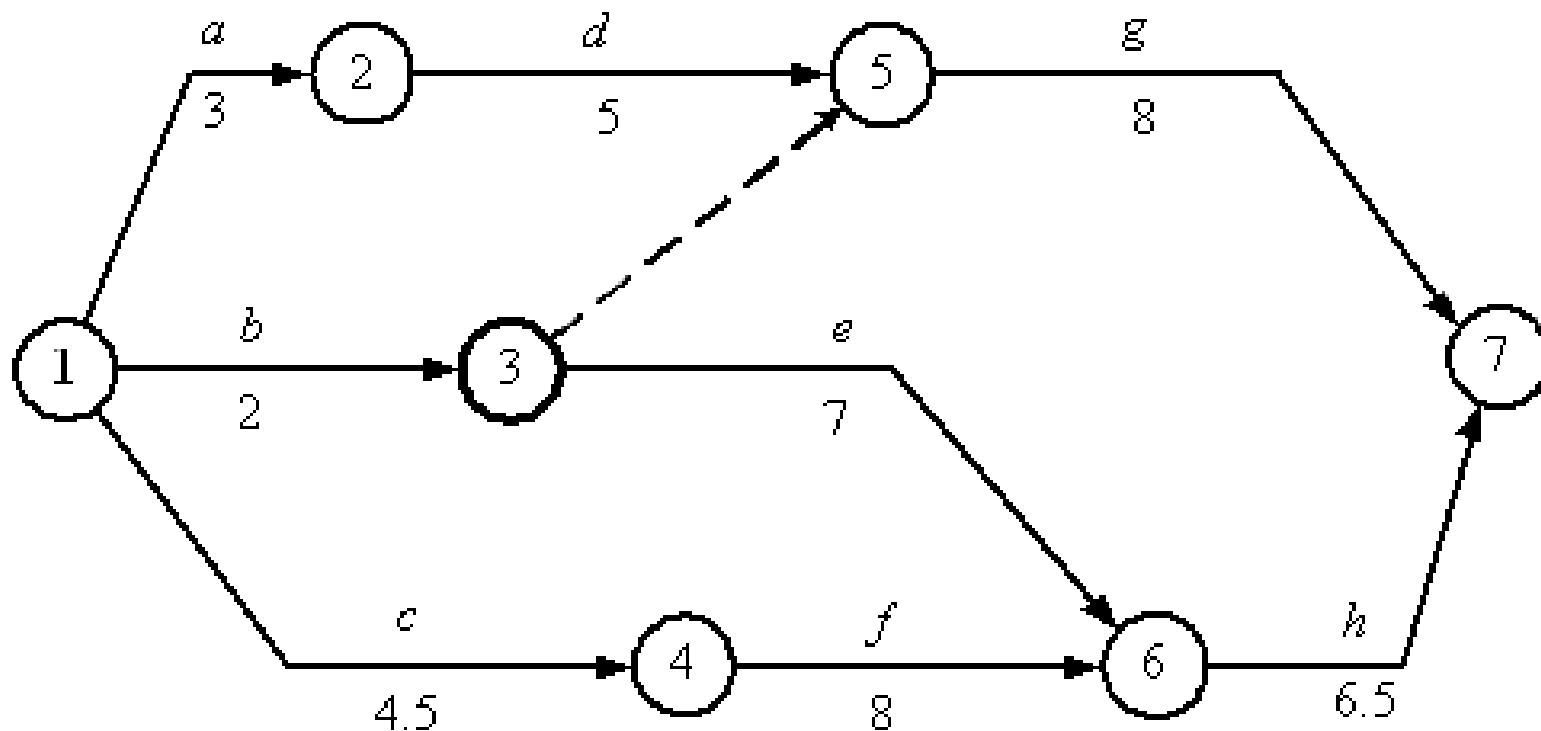
第三节 网络计划方法

□ 节点计算法

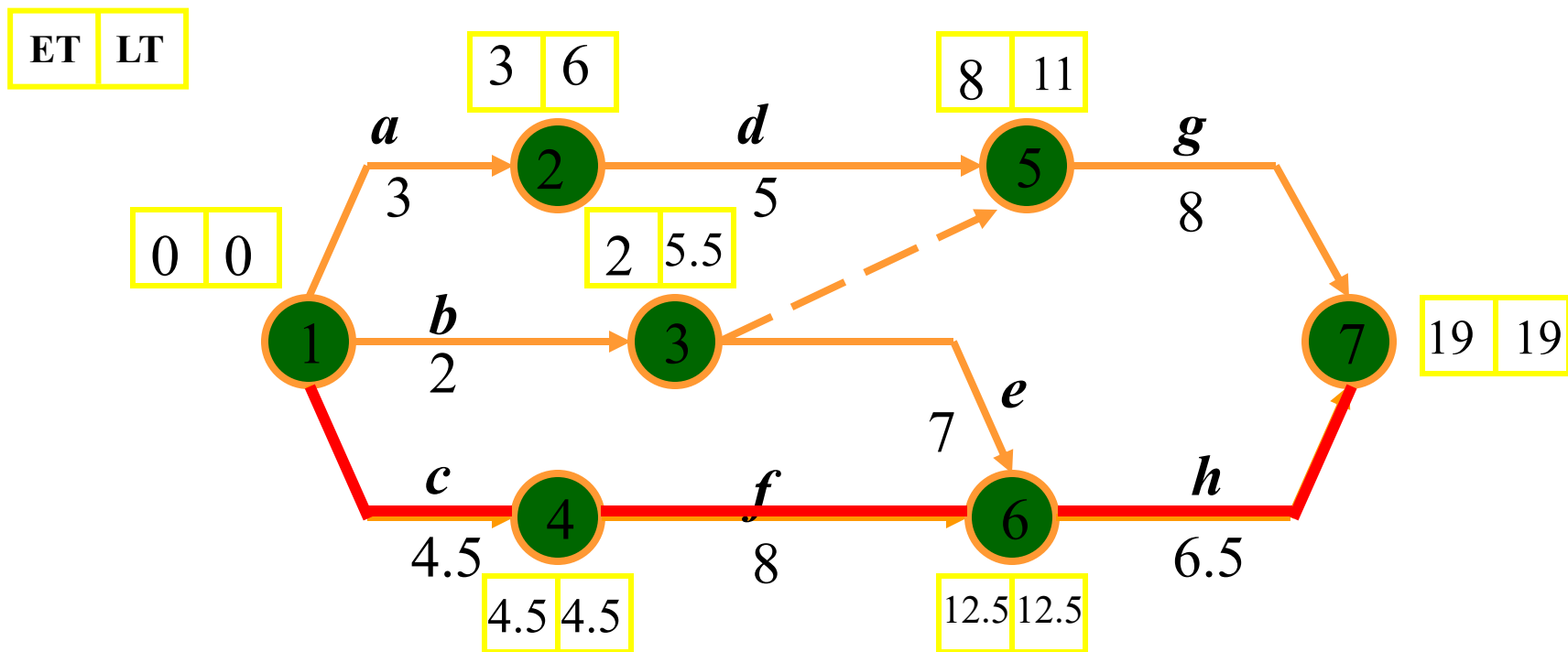
3、时间参数的图上标号与表上计算法

工作代号	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>
紧前工作	/	/	/	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>b, d</i>	<i>e, f</i>
工作持续时间 间（天）	3	2	4.5	5	7	8	8	6.5

第三节 网络计划方法



第三节 网络计划方法



令 $LT(7)=ET(7)=19$

关键路线:



若 $i-j$ 为关键工作, 则 $ET(i)=LT(i)$, $ET(j)=LT(j)$

第三节 网络计划方法

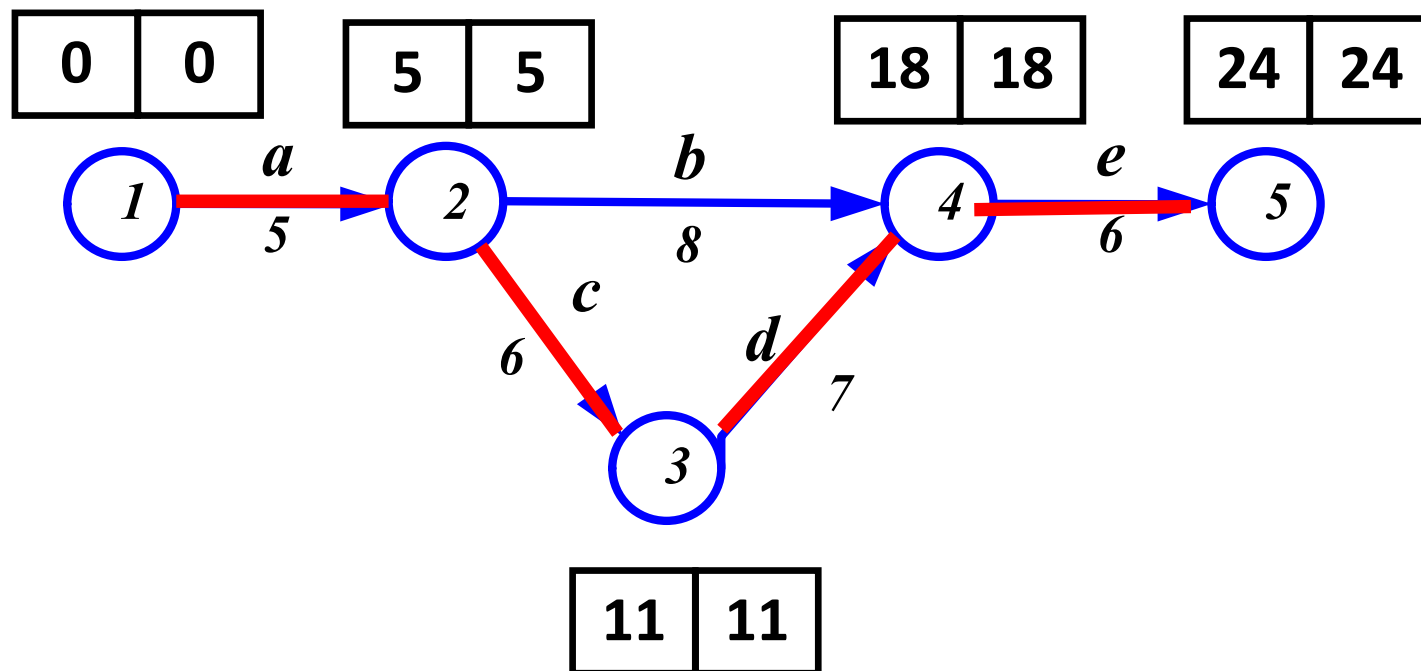
● 关键路线与时差

总时差为零的工作是**关键工作**，自始至终全部由关键工作所组成的线路为**关键线路**。关键线路是由起点至终点的所有线路中，工作总持续时间最长的线路。

工作时差不等于零，表示工作有**机动时间**。**工作的总时差**往往为若干项工作共同拥有的机动时间，**工作的自由时差**是某项工作单独拥有的机动时间，其大小不受其他工作的机动时间的影响。

网络计划的关键线路也可能不只有一条。关键线路上任一节点的最早时间和最迟时间一定相等。

第三节 网络计划方法



若 $ET(i)=LT(i)$, $ET(j)=LT(j)$, 则 (i,j) 不一定为关键工序

第三节 网络计划方法

□ 工作计算法

1. 工作最早开始时间的计算

以起点节点*i*为箭尾节点的工作*i—j*, $ES_{i-j}=0$

当工作*i—j*只有一项紧前工作*h—i*时,

$$ES_{i-j} = ES_{h-i} + D_{h-i}$$

当工作*i—j*有多个紧前工作时,

$$ES_{i-j} = \max \{ ES_{h-i} + D_{h-i} \}$$

第三节 网络计划方法

□ 工作计算法

2. 工作最早完成时间的计算

工作 $i-j$ 的最早完成时间 EF_{i-j} 按照下式计算：

$$EF_{i-j} = ES_{i-j} + D_{i-j}$$

第三节 网络计划方法

□ 工作计算法

3. 最迟完成时间和最迟开始时间的计算

以终点节点 n 为箭头节点的工作 $i-n$ 的最迟完成时间 LF_{i-n} , 应按网络计划的计划工期 T_p 确定。

其他工作 $i-j$ 的最迟完成时间 LF_{i-j} 的计算公式为:

$$LF_{i-j} = \min \{ LF_{j-k} - D_{j-k} \}$$

工作 $i-j$ 的最迟开始时间 LS_{i-j} 计算公式:

$$LS_{i-j} = LF_{i-j} - D_{i-j}$$

第三节 网络计划方法

□ 工作计算法

4. 工作时差的计算

工作*i-j*的总时差 TF_{i-j} :

$$TF_{i-j} = LS_{i-j} - ES_{i-j} = LF_{i-j} - EF_{i-j}$$

工作*i-j*有紧后工作*j-k*时, 其自由时差 FF_{i-j} :

$$\begin{aligned} FF_{i-j} &= ES_{j-k} - EF_{i-j} \\ &= ES_{j-k} - ES_{i-j} - D_{i-j} \end{aligned}$$

第三节 网络计划方法

□ 工作计算法时间参数的确定

最早开始时间ES

最早完成时间EF (这2个参数从前往后计算)

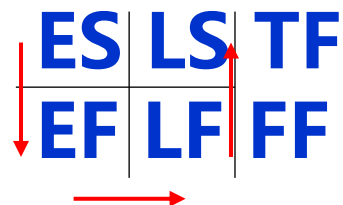
最迟完成时间LF (紧后工作最迟开始)

最迟开始时间LS (这2个参数从后往前计算)

总时差TF (关键路线的总时差为0) = 最迟开始-最早开始

或 最迟完成-最早完成

自由时差FF (自由时差) = 紧后工作最早开始-本工作最早完成



第三节 网络计划方法

六、网络计划的优化

网络计划优化的方法

01

工期优化

02

资源优化

03

费用优化

第三节 网络计划方法

工期优化

- 当网络计划的计算工期不满足任务委托人或上级要求的工期时，可通过压缩关键工作的持续时间满足工期要求。
- 网络计划的工期优化通常是在资源约束既定的条件下进行，实现“资源有限——工期最短”的目标。
- 选择应缩短持续时间的关键工作时，优先考虑：
 - (1) 缩短持续时间对质量和安全影响不大的工作；
 - (2) 有充足备用资源的工作；
 - (3) 缩短持续时间所需增加的费用最少的工作。

第三节 网络计划方法

资源优化

- 资源优化是在计划完工期不变的条件下进行，目标是实现资源利用均衡，即“**工期固定——资源均衡**”。需借助计算机实现。
- 网络计划的资源优化，可以通过削高峰法（利用时差降低资源高峰值），获得资源消耗量尽可能均衡的优化方案。
 - （1）计算每“时间单位”的资源需用量，确定削峰目标。
 - （2）优先安排关键工作所需要的资源。
 - （3）利用非关键工作的总时间，错开非关键工作的开始时间，避免同一时间段集中使用资源从而产生资源利用高峰。

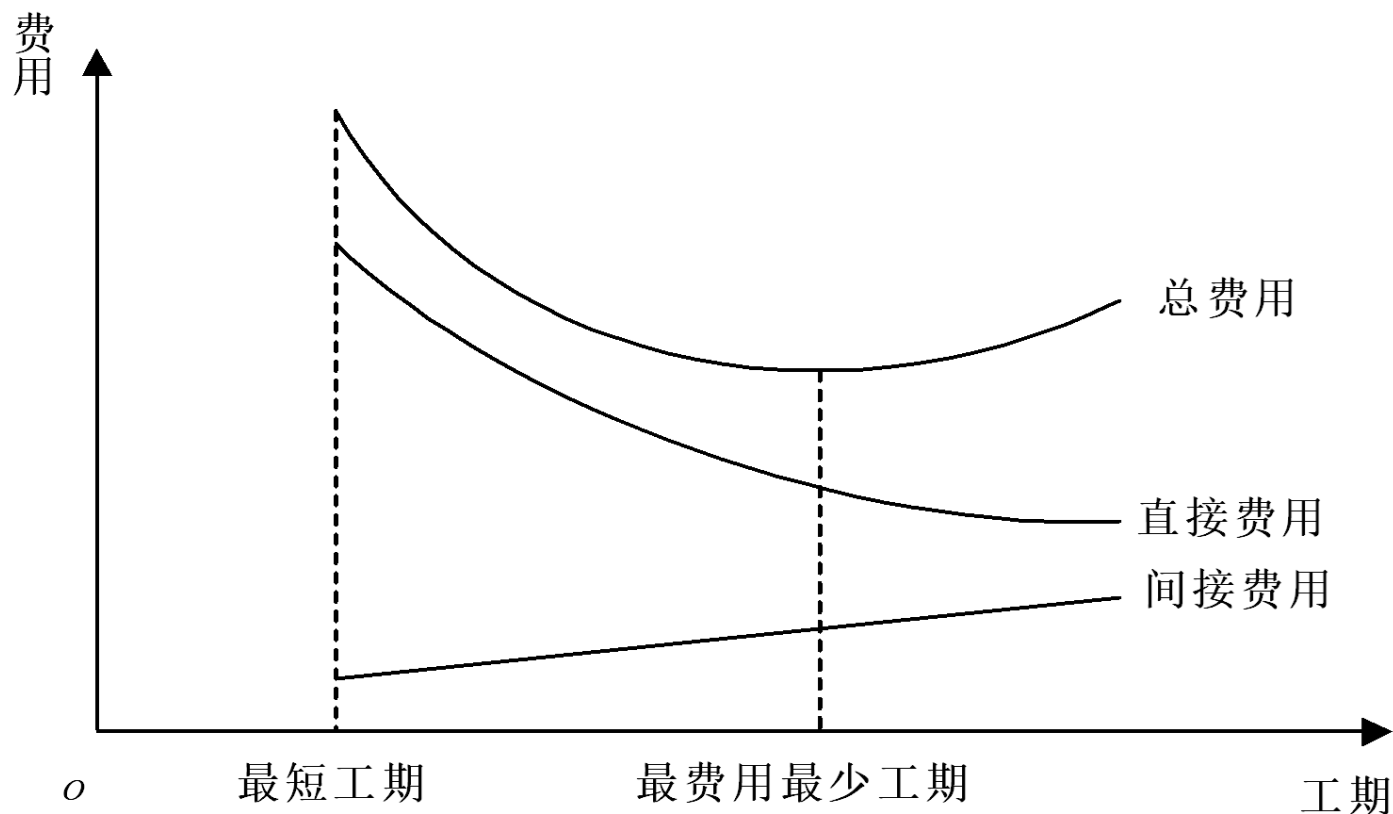
第三节 网络计划方法

费用优化

- 网络计划的费用优化通常是在考虑工期约束的条件下进行，也称为“**时间——费用优化**”。
- 费用优化的目标主要有：
 - (1) 在缩短工期的同时，要求费用尽可能少；
 - (2) 在完工期既定的条件下，希望费用尽可能少；
 - (3) 在费用限制的条件下，希望工期尽可能短。

第三节 网络计划方法

费用优化



- 直接费用是完成各项工序直接所需人力、资源、设备等费用。
- 间接费用则包括管理费、办公费等。

第三节 网络计划方法

应用实例

某矿综采工作面要进行搬家倒面,该工作面共有106架液压支架、1台刮板输送机、2台泵站、1台转载机、1台采煤机、1部胶带输送机、电气设备及其他。现要将该面的设备撤掉并安装新工作面,进行调机试运转。为了不影响矿井产量并提高效率,如何才能缩短工期,使新工作面尽快投产。

第三节 网络计划方法

应用实例

采用关键路线法进行求解

■ 绘制网络图

利用统筹方法进行综采工作面搬家倒面时，必须先按某一具体方案进行安排，一般这个方案不是最优方案，要得到最优方案需把该方案不断改进完善，即要在初始网络图的基础上进行网络优化，在此未作进一步的讨论。

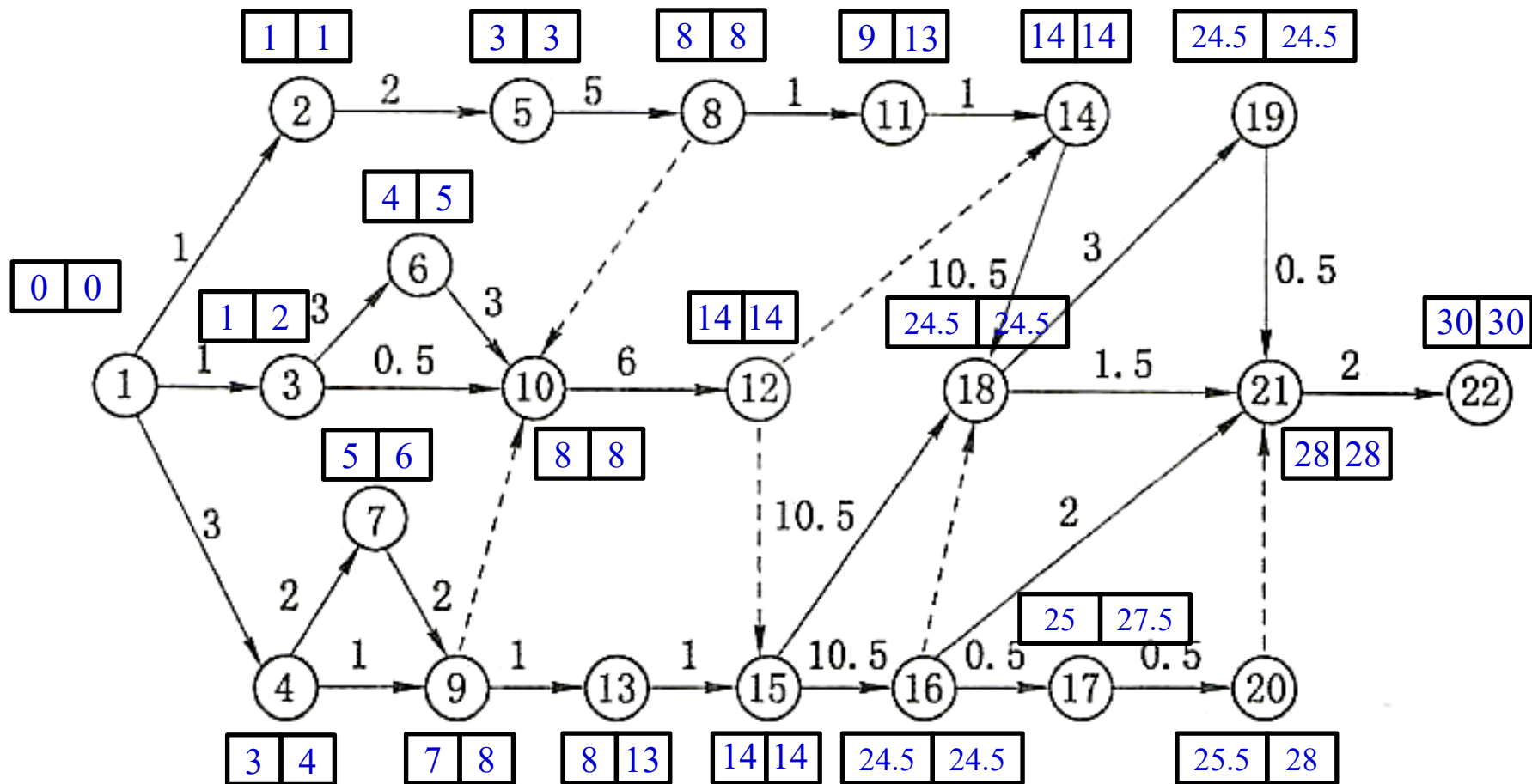
当总体方案确定后，即可按绘制网络图的规则及所提供的原始资料，并考虑各工序在时间和空间上的制约关系，绘制出网络图，如下图所示。

第三节 网络计划方法

工 序	工 程 名 称	工期 /d	最早开 工时间	最迟开 工时间	总时差	关键工序
1→2	拆运工作面刮板运输机机尾	1.0	0	0	0	*
1→3	安装新工作面临时电源	1.0	0	1	1	
1→4	拆运工作面运输巷胶带输送机	3.0	0	5	5	
2→5	拆运采煤机	2.0	1	1	0	*
3→6	换新工作面头台胶带输送机	3.0	1	2	1	
4→7	拆运工作面转载机	2.0	3	8	5	
4→9	铺设运输线路轨道	1.0	3	11	8	
3→10	安装新工作面泵站	0.5	1	7.5	6.5	
5→8	拆运工作面刮板输送机	5	3	3	0	*
6→10	换新工作面第二台胶带输送机	3	4	5	1	
7→9	拆运工作面刮板运输机机头	2	5	10	5	
8→10	虚工序	0	8	8	0	*
8→11	拆工作面后头泵站	1.0	8	12	4	
9→10	虚工序	0	7	8	1	
9→13	安装回撤绞车、设装车平台	1.0	7	12	5	

第三节 网络计划方法

10→12	安装新工作面转载机	6.0	8	8	0	*
11→14	拆工作面前头泵站	1.0	9	13	4	
12→14	虚工序	0	14	14	0	*
12→15	虚工序	0	14	14	0	*
13→15	拆运前 8 架支架	1.0	8	13	5	
14→18	开切眼扩帮	10.5	14	14	0	*
15→16	拆运剩余 98 架支架	10.5	14	14	0	*
15→18	安装工作面支架	10.5	14	14	0	*
16→17	拆运工作面电气设备	0.5	24.5	27	2.5	
16→18	虚工序	0	24.5	24.5	0	*
17→20	安装新工作面电气设备	0.5	25	27.5	2.5	
16→21	铺转载巷胶带输送机	2.0	24.5	26	1.5	
18→19	安装采煤机	3.0	24.5	24.5	0	*
19→21	延长工作面刮板输送机	0.5	27.5	27.5	0	*
20→21	虚工序	0	25.5	28	2.5	
18→21	安装刮板运输机线槽	1.5	24.5	26.5	2	
21→22	调机试运转	2.0	28	28	0	*



由网络图计算可得三条关键路线：

1→2→5→8→10→12→14→18→19→21→22

1→2→5→8→10→12→15→18→19→21→22

1→2→5→8→10→12→15→16→18→19→21→22

总工期为30天。

第三节 网络计划方法

■ 网络图调整

为了保证总工期能按时完成或提前完成，必须抓住关键工序，缩短关键工序工时。在技术上、组织管理上可采取如下措施：

①把串联工序改为平行工序或交叉工序。

②利用时差。为了缩短任务的总工期，可以考虑放慢非关键工序的进度，减少这些工序的人力、资源，转去支援关键工序，以使关键工序的工时缩短来达到目的。

第三节 网络计划方法

■ 网络图调整

③有限资源的合理安排。一项任务的可用资源(例如人力、物力)总是有限的, 因此时间计划应该考虑资源问题。在具体采取措施时可以按下述步骤进行: 尽量保证关键工序的日资源需求量, 利用非关键工序的时差错开各工序的使用资源时间。在技术章程允许条件下, 可适当延长时差大的工序的工时, 或切断某些非关键工序, 以减少资源日总需求量。

第三节 网络计划方法

■ 网络图调整

④最低成本日程。项目或任务的成本一般包括直接费用和间接费用两部分。在一定范围内，工作的作业时间越短，直接费用越大；作业时间越长，间接费用越大。

通过计算网络计划不同完工期相应的总费用，以求得成本最低的日程安排，又称为工期-成本优化。



谢谢大家!

